

Оптимизация параметров подвески транспортных машин по критерию максимальной надежности

В.П.Чирков, Р.Ю.Маркович

Московский Энергетический институт (технический университет)

При движении машин по неровной поверхности их конструкции совершают колебания. Поскольку микропрофиль полотна дороги представляет собой случайное поле, то эти колебания будут случайными.

Рассмотрим движение машины, имеющей n подрессоренных колес, связанных попарно жесткой осью. Будем считать кузов машины, каждое колесо и оси абсолютно твердыми телами. Примем, что движение происходит прямолинейно с постоянной скоростью V . Контакт между шинами и поверхностью будем предполагать точечным, причем при контакте будем учитывать только вертикальные составляющие реакций. При сделанных предположениях не будут возбуждаться колебания, связанные с движениями каждого тела в направлении движения, в боковом направлении, а также с угловыми движениями вокруг вертикальной оси.

В качестве обобщенных координат для кузова выберем абсолютное вертикальное перемещение w_0 и два угловых перемещения a_0, b_0 соответственно относительно поперечной и продольной осей (углы тангажа и крена). Инерционные свойства кузова определяются массой M_0 и моментами инерции J_{10}, J_{20} .

Движение каждой пары колес, связанных жесткой осью, определяется вертикальным перемещением $w_j(t)$ и угловым перемещением $b_j(t)$ относительно продольной оси ($j = 1, 2, \dots, n/2$). Общее число обобщенных координат равно $3+n$. Массу j -ой оси с колесами обозначим через M_j , а соответствующий угловому перемещению $b_j(t)$ момент инерции J_j .

Вязкоупругие свойства подвески зададим коэффициентами жесткости c_k и коэффициентами вязкого сопротивления b_k . Аналогичные коэффициенты c_{jk} и b_{jk} введем для шин.

Будем рассматривать малые колебания. Микропрофиль поверхности $w(x_1, x_2)$ будем считать однородной центрированной функцией координат с заданной корреляционной функцией или спектральной плотностью. Движение происходит в направлении оси x_2 .

С учетом введенных предположений уравнения колебаний можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 M_0 \ddot{w}_0 + \sum_{j=1}^n r_j(z_j, \dot{z}_j) &= 0, \\
 J_{10} \ddot{a}_0 + \sum_{j=1}^n h_j r_j(z_j, \dot{z}_j) &= 0, \\
 J_{20} \ddot{b}_0 - \sum_{j=1}^n x_j r_j(z_j, \dot{z}_j) &= 0, \\
 M_j \ddot{w}_j - r_j(z_j, \dot{z}_j) - r_{j+n/2}(z_{j+n/2}, \dot{z}_{j+n/2}) + s_j + s_{j+n/2} &= 0, \\
 J_j \ddot{b}_j + x_j r_j(z_j, \dot{z}_j) + x_{j+n/2} r_{j+n/2}(z_{j+n/2}, \dot{z}_{j+n/2}) - h(s_j + s_{j+n/2}) &= 0, \\
 (j = 1, 2, \dots, n/2) &
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $r_j(z_j, \dot{z}_j) = c_{wj}z_j + b_{wj}\dot{z}_j$ - усилие в j -ой подвеске, зависящее от относительных перемещений $z_j = w_0 - w_j \pm b_j x_j - b_0 x_j + a_0 h_j$, а усилие в j -ой шине равно

$$s_j = c_{fj}(w_j - b_j h - q_j) + b_{fj}(\dot{w}_j - \dot{b}_j h - \dot{q}_j) \quad j = 1, 2, \dots, n/2$$

$$s_j = c_{fj}(w_{j-3} - b_{j-3} h - q_j) + b_{fj}(\dot{w}_{j-3} - \dot{b}_{j-3} h - \dot{q}_j) \quad j = n/2 + 1, \dots, n$$

Через x_j и h_j обозначены координаты точек подвески к кузову в подвижной системе координат $x_1, x_2 + Vt$, жестко связанной с центром масс кузова; $q_j(t)$ - сила, действующая на j -тое колесо со стороны полотна дороги; h - расстояние между колесами.

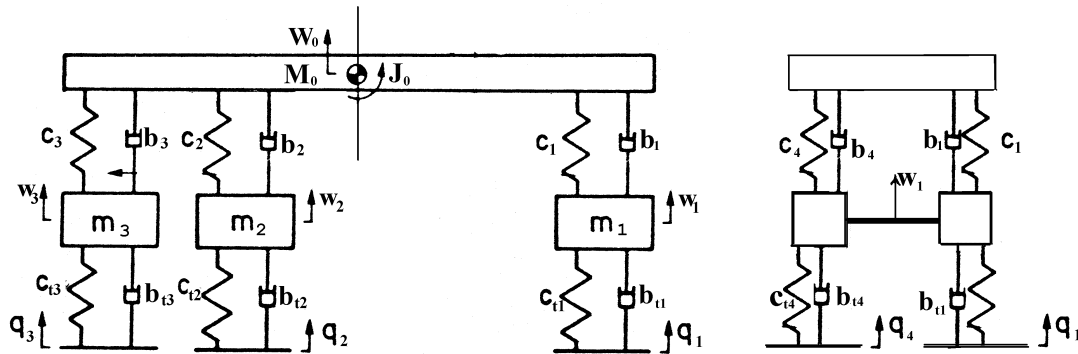


Рис. 1

Модель трехосной транспортной машины, представленная на рис. 1, имеет 9 степеней свободы: три степени свободы кузова и по две степени свободы каждой оси.

Однородное центрированное случайное поле $w(x_1, x_2)$ можно представить в виде канонического интегрального спектрального разложения по пространственным координатам x_1, x_2 [1]:

$$w(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(\alpha_1, \alpha_2) e^{i[\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2]} dx_1 dx_2, \quad (2)$$

где α_1, α_2 - волновые числа. Спектр $W(\alpha_1, \alpha_2)$ связан со спектральной плотностью $S_w(\alpha_1, \alpha_2)$ поля $w(x_1, x_2)$ условием стохастической ортогональности

$$\langle W^*(\alpha_1, \alpha_2) W(\alpha_1', \alpha_2') \rangle = S_w(\alpha_1, \alpha_2) d(\alpha_1 - \alpha_1') d(\alpha_2 - \alpha_2').$$

В подвижной системе координат разложение (2) будет иметь вид

$$q_j = w(x_j, h_j + Vt) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(\alpha_1, \alpha_2) e^{i[\alpha_1 x_1 + \alpha_2 (h_j + Vt)]} d\alpha_1 d\alpha_2.$$

После введения обозначения $\omega = \alpha_2 V$ функции $q_j(t)$, имеющие смысл обобщенных сил, можно представить в виде интегрального спектрального разложения

$$q_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Q_j(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (3)$$

Спектры $Q_j(\omega)$ связаны со спектром $W(\alpha_1, \alpha_2)$ поля $w(x_1, x_2)$ зависимостью

$$Q_j(\omega) = \frac{1}{V} e^{i\alpha_2 h_j} \int_{-\infty}^{\infty} W\left(\alpha_1, \frac{\omega}{V}\right) e^{i\alpha_1 x_j} d\alpha_1. \quad (4)$$

Таким образом, в случае, если поле $w(x_1, x_2)$ будет однородным, случайные процессы $q_j(t)$ будут стационарными. Их взаимные спектральные плотности $S_{q_j q_m}(\omega)$

можно выразить через спектральную плотность $S_w(\omega, \omega')$ неровностей, используя связь (4) между соответствующими спектрами:

$$S_{q_1 q_m}(\omega) = \frac{1}{V} e^{i\omega(h_m - h_l)/V} \int_{-\infty}^{\infty} S_w\left(\omega, \frac{\omega}{V}\right) e^{i\omega(x_m - x_l)} d\omega. \quad (5)$$

Корреляционная функция $K_w(r_1, r_2)$ однородного случайного поля $w(x_1, x_2)$ зависит от разностей координат $r_1 = x_{1(2)} - x_{1(1)}$, $r_2 = x_{2(2)} - x_{2(1)}$. Эта функция связана со спектральной плотностью $S_w(x_1, x_2)$ формулами

$$K_w(r_1, r_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_w(\omega_1, \omega_2) e^{i[\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2]} d\omega_1 d\omega_2$$

$$S_w(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_w(r_1, r_2) e^{-i[\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2]} dr_1 dr_2$$

Например, для однородного случайного поля $w(x_1, x_2)$ с корреляционной функцией

$$K_w(r_1, r_2) = S_w^2 \prod_{k=1}^2 e^{-g_k |r_k|} \left(\cos m_k r_k + \frac{g_k}{m_k} \sin m_k |r_k| \right)$$

спектральная плотность $S_w(\omega, \omega')$ равна

$$S_w(\omega_1, \omega_2) = S_w^2 \prod_{k=1}^2 \frac{2g_k (g_k^2 + m_k^2)}{\rho \left[(\omega_k^2 - m_k^2 + g_k^2) + 4g_k^2 m_k^2 \right]} \quad (6)$$

Вычисления по формуле (5) в случае однородного поля со спектральной плотностью (6) дают

$$S_{q_1 q_m}(\omega) = \frac{2g_2 S_w^2 (g_2^2 + m_2^2) \exp\left[\frac{i\omega(h_m - h_l)}{V}\right] \exp[-g_1 |x_m - x_l|]}{\rho V \left[\left(\frac{\omega^2}{V^2} - m_2^2 + g_2^2 \right) + 4g_2^2 m_2^2 \right]} \times$$

$$\times x \left[\cos m_1 (x_m - x_l) + \frac{g_1}{m_1} \sin m_1 |x_m - x_l| \right] \quad (7)$$

В силу стационарности обобщенных сил $q_j(t)$, линейности и стационарности системы, описываемой уравнениями (1), обобщенные координаты $u_j(t)$ ($j=1, 2, \dots, n+3$) будут также стационарными, допускающими спектральное разложение

$$u_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} U_j(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (8)$$

После подстановки разложений (3) и (8) в уравнения (1) приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно спектров обобщенных координат:

$$U_k(\omega) = \sum_{j=1}^n g_{kj}(\omega) Q_j(\omega). \quad (9)$$

Функции $g_{kj}(\omega)$ имеют смысл передаточных функций системы.

В матричной форме записи соотношение (9) имеет вид

$$U(\omega) = G(\omega)Q(\omega),$$

где $U(\omega)$ - $(n+3)$ -мерный вектор, компонентами которого являются спектры обобщенных координат $U_k(\omega)$, $Q(\omega)$ - n -мерный вектор спектров $Q_j(\omega)$ обобщенных сил; $G(\omega)$ - матрица передаточных функций системы размерностью $(n+3) \times n$.

Таким образом, взаимные спектральные плотности обобщенных координат находятся по формулам

$$S_{u_j u_k}(\omega) = \sum_{l=1}^n \sum_{m=1}^n g_{jl}^*(\omega) g_{km}(\omega) S_{q_l q_m}(\omega) \quad (j, k = 1, 2, \dots, 3n + 3), \quad (10)$$

где $S_{q_l q_m}(\omega)$ - взаимные спектральные плотности обобщенных сил.

Если ввести матрицы спектральных плотностей $S_u(\omega)$ и $S_q(\omega)$ с компонентами $S_{u_j u_k}(\omega)$ и $S_{q_l q_m}(\omega)$, то соотношение (10) в матричной форме записи имеет вид

$$S_u(\omega) = G^*(\omega) S_q(\omega) G^T(\omega), \quad (11)$$

где звездочка означает переход к матрице с комплексно-сопряженными элементами, а индекс "Т" - транспонирование матрицы.

Некоторые результаты вычислений по формуле (11) представлены на рис. 2, где показаны спектральные плотности обобщенных координат кузова. Вычисления проводились для скорости движения $V=15$ м/с при следующих параметрах кузова: $M=10^4$ кг, $J_{10}=4 \cdot 10^4$ кг*м², $J_{20}=10^4$ кг*м²; осей с колесами: $m_1=400$ кг, $m_2=m_3=500$ кг, $J_1=800$ кг*м², $J_2=J_3=5 \cdot 10^3$ кг*м² $h=0.9$ м; подвесок: $c_1=c_2=10^5$ Н/м, $c_3=c_4=c_5=c_6=2 \cdot c_1$, $b_1=b_2=1.3 \cdot 10^4$ Н*м/с, $b_3=b_4=b_5=b_6=2b_1$; $|\xi_i|=0.9$ м, $\eta_1=\eta_4=4$ м, $\eta_2=\eta_5=-0.5$ м, $\eta_3=\eta_6=-2$ м; шин: $c_{t1}=c_{t4}=10 \cdot c_1$, $c_{t2}=c_{t3}=c_{t5}=c_{t6}=2 \cdot c_2$; $b_{t1}=b_{t2}=0.1 \cdot b_1$, $b_{t3}=b_{t4}=b_{t5}=b_{t6}=2 \cdot b_{t3}$. Параметры неровностей полотна дороги приняты следующими: $\sigma_w=0.02$ м¹, $\mu_1=3$ м⁻¹, $\mu_2=0.5$ м⁻¹, $\gamma_1=0.5$ м⁻¹, $\gamma_2=0.2$ м⁻¹.

Влияние скорости движения проиллюстрировано на рис. 3.

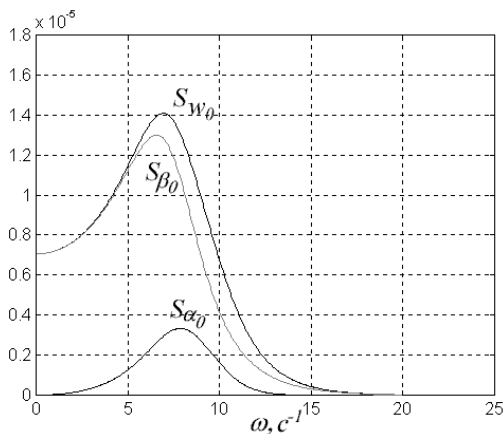


рис. 2

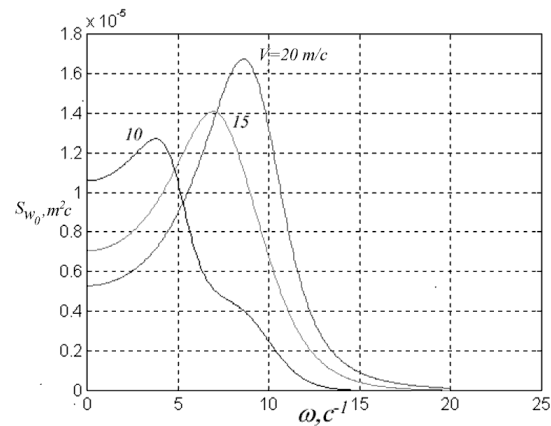


рис. 3

Полученные взаимные спектральные плотности обобщенных координат являются исходными для оценки показателей надежности транспортных машин. При этом одним из центральных является вопрос о выборе параметров качества $\nu_k(t)$ и области их возможных значений Ω . Применительно к транспортным машинам вектор качества должен учитывать абсолютные виброускорения, относительные перемещения в элементах подвески, усилия в амортизирующих элементах.

Сформируем вектор качества следующим образом:

$$\nu(t) = \{\dot{w}_0, \ddot{w}_0, z_1, z_2, \dots, z_6, r_1, r_2, \dots, r_6\}. \quad (12)$$

В силу линейности исходных уравнений и линейной зависимости (12), компоненты $N=(2n+3)$ -мерного вектора качества $\nu(t)$ будут стационарными и линейным образом связаны с компонентами вектора обобщенных координат:

$$\nu(t) = H_t u(t).$$

В пространстве Фурье это соотношение относительно спектров $V(\omega)$ и $U(\omega)$ переписывается в виде

$$V(\omega) = H(\omega) U(\omega), \tag{13}$$

где $H(\omega)$ - образ Фурье матричного оператора H .

Объединяя соотношения (11) и (13), получим связь между матрицами взаимных спектральных плотностей вектора качества и вектора обобщенных сил

$$S_V(\omega) = H^*(\omega)G^*(\omega)S_q(\omega)G^T(\omega)H^T(\omega).$$

Вероятность безотказной работы связана с интенсивностью выбросов λ стационарного векторного случайного процесса $v(t)$ из допустимой области Ω зависимостью [2]:

$$R(t) = \exp(-\lambda t). \tag{14}$$

Допустимая область в пространстве качества обычно задается в виде ограничений $|v_k(t)| < w_k^*$, где w_k^* - предельно допустимые значения параметров качества.

Для подсчета интенсивности выбросов λ используем формулу полосового приближения [3]:

$$\lambda \approx \sum_{k=1}^N \frac{\dot{s}_k}{\rho s_k} \exp\left(-\frac{w_k^{*2}}{2s_k^2}\right), \tag{15}$$

где дисперсии s_k^2 и \dot{s}_k^2 вычисляются по формулам

$$s_k^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{v_k} d\omega, \quad \dot{s}_k^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{v_k} d\omega.$$

Из условия обеспечения максимальной надежности на некотором отрезке времени T

$$R(T) \Rightarrow \max \tag{16}$$

можно сформулировать задачу оптимизации параметров транспортной машины. Для стационарного процесса $v(t)$ критерий максимальной надежности (16) эквивалентен критерию минимума интенсивности выбросов:

$$\lambda \Rightarrow \min, \tag{17}$$

где минимум функционала в левой части ищется в области варьирования параметров системы.

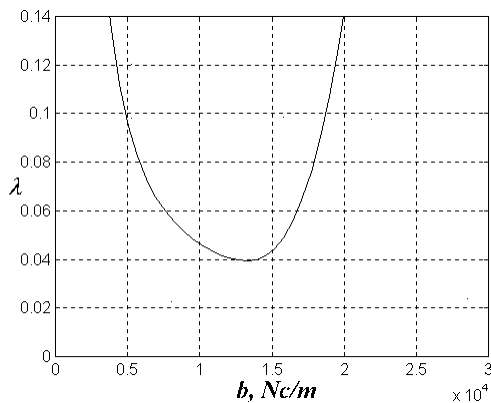


рис.4

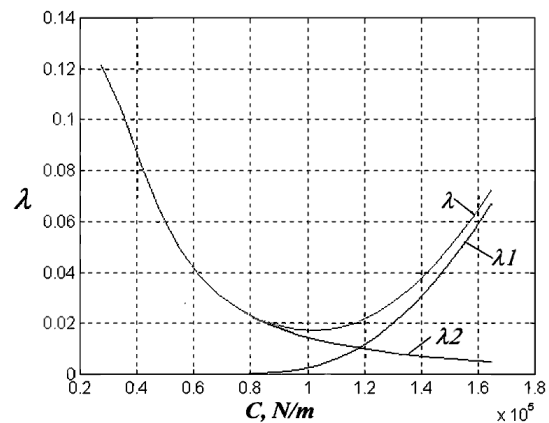


рис.5

На рис. 4 показана зависимость интенсивности выбросов λ от параметра жесткости подвесок $c = c_1$. На этом же рисунке показаны интенсивность выбросов λ_1 из полосы $|\ddot{w}_0(t)| < \ddot{w}_*$ и суммарная интенсивность выбросов λ_2 из полос $|\dot{z}_j(t)| < z_*$. Предельные значения принимались следующими: $\ddot{w}_* = 3.5 \text{ мс}^{-2}$, $\ddot{w}_* = 510 \text{ мс}^{-3}$, $z_* = 0.05 \text{ м}$,

$r_* = 7 \cdot 10^4$ Н. Остальные параметры приняты теми же, что и для рис. 2. Зависимость интенсивности выбросов от параметра демпфирования в подвеске ($b = b_1$ при $c = 10^5$) изображена на рис. 5.

Полученные результаты иллюстрируют возможность оптимальной виброзащиты транспортной машины по критерию максимальной надежности.

Литература

1. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем. - М.: Наука, 1979, 335 с.
2. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. - М.: Стройиздат, 1982, 351 с.
3. Болотин В.В., Чирков В.П. Надежность механических систем //Надежность технических систем. Справочник/ Под ред. И.А. Ушакова. - М.: Радио и связь, 1985, с. 439-457.