

Прогнозирование кривой циклической ползучести на основе анализа структурной модели среды

Мартыненко М.Е., Садаков О.С.

Челябинский государственный технический университет

Реакцию пластичного материала (как и конструкции из него) на циклическое воздействие удобно делить на две составляющие: "циклическую", задающую форму петли пластического гистерезиса в расчетных точках конструкции, и "статическую", определяющую ее положение на плоскости напряжений и деформаций $\{\sigma, \varepsilon\}$. Адекватное описание обеих составляющих, как показали соответствующие экспериментальные проверки, возможно при использовании структурной модели упруго-вязко-пластической среды [1]. Однако если первый процесс стабилизируется относительно быстро (и весьма эффективно отражается макроскопическими уравнениями состояния, полученными из анализа структурной модели и названными принципом подобия [1]), то расчет "статической" составляющей требует длительного поциклового расчета кинетики неупругой деформации для сотен и тысяч циклов нагружения. Дополнительный анализ поведения модели позволил получить аналитические выражения, описывающие положение петель, лишь для стационарного циклического состояния (СЦС), наступающего в конструкции асимптотически [2]. Эти выражения, однако, используют условное понятие предела ползучести, опирающееся на принятый допуск на скорость ползучести, которую можно считать пренебрежимо малой. С изменением допуска меняется и значение деформации, накопленной по достижении СЦС; решение таким образом, также оказывается условным. С другой стороны, результат расчета СЦС при любом разумном допуске во многих случаях не дает достаточной для практических целей информации. Например, при расчете "маложивущих" конструкций, таких, как элементы ЖРД, отказ по жесткости (вследствие накопления перемещений) может произойти задолго до наступления состояния стабилизации "статической" составляющей реакции. В элементах энергетического или металлургического оборудования нарушение прочности (квазистатическое разрушение) также может произойти раньше наступления СЦС. Из сказанного следует, что задача построения макромодели, позволяющей достаточно эффективно рассчитывать весь процесс циклической ползучести (поцикловое накопление односторонней деформации) оказывается весьма актуальной. В статье рассматривается подход к построению такой макромодели, вытекающей из анализа поведения структурной модели в нестационарном циклическом состоянии (НЦС) при введении некоторых допущений, подобных принятым при решении задачи СЦС.

1. В качестве исходной модели используем простейший вариант структурной модели циклически - стабильного материала. Элемент объема полагаем состоящим из набора одинаково деформируемых подэлементов (ПЭ), отличающихся характеристиками реологических свойств:

$$\varepsilon = \varepsilon^k = r^k + p^k ; \quad r^k = \frac{\sigma^k}{E} ; \quad \dot{p}^k = \Phi \left(\frac{\sigma^k}{z_k} \right). \quad (1)$$

Здесь ε , r , p – полная, упругая и неупругая деформации; σ – напряжение; индекс k – номер подэлемента - отмечает параметры состояния и характеристики ПЭ; точкой отмечается дифференцирование по времени. Напряжением элемента объема σ считается среднее по напряжениям ПЭ, определяемое по формуле

$$\sigma = \langle \sigma^k \rangle = \sum_n \sigma^k g^k \quad (2)$$

Здесь g^k – "веса" ПЭ, n - их количество.

Реологическая функция Φ , параметры z_k, g^k - константы модели - считаются известными (они определяются по диаграмме деформирования и кривым ползучести по известной методике [1]).

2. Рассмотрим вначале процесс симметричного циклического деформирования с амплитудой напряжения σ_a при постоянном значении $|\dot{\epsilon}|$. Распределение напряжений по подэлементам в один из экстремальных моментов цикла показано на рис.1 утолщенной линией. Линия OA отвечает максимально возможным значениям напряжений при данной скорости

деформирования ($\sigma^k = \sigma_{\sigma}^k = z_k \Phi^o(|\dot{\epsilon}|)$, Φ^o - функция, обратная функции Φ); линия OB - напряжениям, ниже которых скорость ползучести пренебрежимо мала ($\sigma^k = \sigma_0^k = z_k \Phi^o(|\dot{\rho}_0|)$, $\dot{\rho}_0$ - скорость ползучести, соответствующая допуску). Подэлементы, для которых

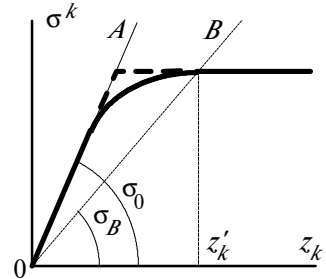


Рис. 1

$z > z'_k$, работают упруго; в остальных происходит знакопеременное неупругое деформирование. Первое допущение, позволяющее существенно упростить анализ поведения модели, связано с предположением [2], согласно которому распределение напряжений по подэлементам отвечает кусочно-линейной эпюре (рис.1, штриховая линия). Это допущение оправдано высокой степенью нелинейности реологической функции в рабочем диапазоне температур, а также тем, что относительное количество ПЭ, отклоняющихся от упрощенного распределения, невелико. Аналогичное допущение применялось ранее при описании монотонного нагружения, откуда следовало, что связь между амплитудами напряжений и деформаций $\sigma_a = F(\epsilon_a)$ (так называемая циклическая диаграмма) совпадает с диаграммой монотонного нагружения $\sigma = F(\epsilon)$, а кривая деформирования в каждом полцикле отвечает принципу Мазинга.

3. При несимметричном циклическом нагружении элемента объема (заданы $|\dot{\epsilon}|$, σ_a , $\sigma_m = \sigma_{max} - \sigma_a > 0$) в результате различия накопленной деформации ползучести в полциклах происходит одностороннее накопление деформации ("вышагивание" петли пластического гистерезиса). В пределе ($N \Rightarrow \infty$) оно прекращается: неупруго работающие ПЭ испытывают симметричное деформирование, а все несимметрично работающие деформируются упруго. На рис.2 показаны распределения в два экстремальных момента стабильного цикла. пюра $OA'B'B''D$ отвечает распределению напряжений в ПЭ при нагружении до σ_{max} ; эпюра $OCEFG$ - до σ_{min} . Линия $OA'B''$ отвечает прежнему допущению, что упрощает выражение связи между средним напряжением σ_m амплитудой σ_a и величиной ϵ_{max} [2]. Чем выше задаваемое значение σ_{max} , тем больше величина ϵ_{max} в стабильном цикле; растет и значение z^{**} , определяющее резерв повышения σ_{max} (ПЭ, для которых

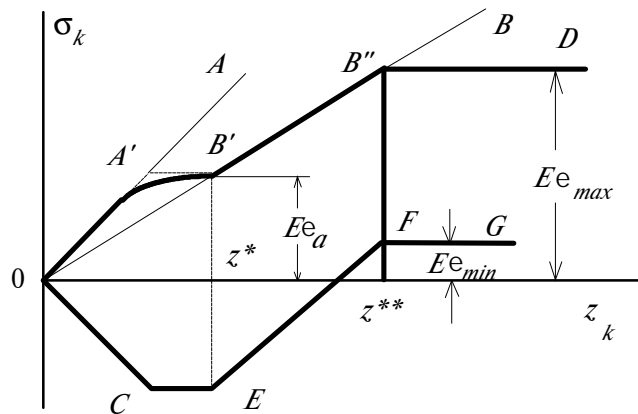


Рис. 2

$z_k > z^{**}$, "недогружены"). Может случиться, что резерв исчерпан, и ни при каком значении ϵ_{max} осреднение напряжений ниже линии $OA'B'B$ не уравнивает σ_{max}

Это означает, что в состоянии стабилизации будет наблюдаться процесс прогрессирующего накопления деформации на величину $\delta\epsilon$ во всех ПЭ за каждый цикл нагружения. Определение последней представляет весьма нетривиальную задачу. Расчет $\delta\epsilon$ может быть существенно упрощен, если ввести допущения, касающиеся распределения напряжений по подэлементам.

Будем полагать, что часть ПЭ работает в симметричном по напряжениям режиме знакопеременного неупругого деформирования (то есть несимметрия, определяющая одностороннее накопление $\delta\epsilon$, несущественна), распределение напряжений в этой части ПЭ отвечает рис.1 для $z < z'_k$. Для остальных ПЭ считаем, что скорость изменения напряжения несущественно отличается от $E\dot{\epsilon}$, откуда для каждого из них находим, интегрируя за цикл

$$\delta\epsilon = \oint \dot{p}_k dt = \oint \Phi(\sigma_k/z_k) d\sigma / (E\dot{\epsilon}) = \left(\Psi(\sigma_{max}^k/z_k) - \Psi(\sigma_{min}^k/z_k) \right) z_k/a \quad (3)$$

$$\text{где } a = E|\dot{\epsilon}|/2, \quad \Psi(x) = \int_0^x \Phi(x) dx \quad (4)$$

Учитывая существенную нелинейность функции $\Phi(x)$ и, тем более, $\Psi(x)$, вторым слагаемым в выражении (3) будем пренебрегать, откуда

$$\sigma_{max}^k = z_k \Psi^o(\Delta / z_k), \quad \Delta = a\delta\epsilon \quad (5)$$

Здесь $\Psi^o(x)$ -функция, обратная Ψ : $\Psi^o(\Psi(x)) \equiv x$. Это допущение позволяет получить аналитическое выражение в замкнутой форме, но дает нереальный результат при σ_a стремящемся к нулю. Вид соответствующей

эпюры $\sigma_{max}^k(z_k)$ при некотором значении Δ приведен на рис. 3. Здесь же штриховой линией показана эпюра в первой группе ПЭ, испытывающих знакопеременное деформирование (с прежним допущением о кусочной

линейности). Осреднение $\sigma_{max} = \langle \sigma_{max}^k \rangle$ определяет связь между σ_{max} , ϵ и Δ в стационарном циклическом состоянии.

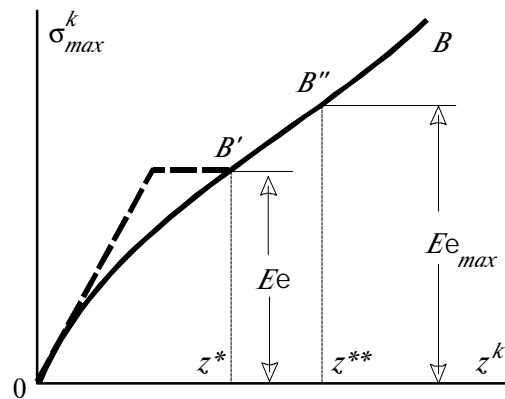


Рис. 3

4. Переходя к нестационарному циклическому состоянию (независимо от того, происходит ли в стационарном состоянии накопление деформации или нет), введем последнее допущение о том, что единственным отличием распределения в нем максимальных напряжений от полученного в предыдущем пункте (линия $OA'B'B''C$ на рис. 3) является наличие группы ПЭ, работающих упруго ($\sigma_{max}^k = E\epsilon_{max}$, эпюра $OA'B'B''C$). По мере роста ϵ_{max} (на $\delta\epsilon$ с каждым циклом) напряжения в этой группе увеличиваются, а в группе $z^* < z_k < z^{**}$ снижаются вместе с уменьшением $\delta\epsilon$; для этой группы считаем по-прежнему справедливым выражение (5). Тем самым определяется необходимое соотношение между параметрами σ_{max} , ϵ_{max} , ϵ_a и $\Delta = a\delta\epsilon$.

5. Расчет кривой циклической ползучести удобно вести в следующем порядке. Вначале по функции Φ определяем характеристическую функцию Ψ (выражение (4)). Затем находим другую характеристическую функцию (двух аргументов ε_{max} и Δ)

$$\varphi(\varepsilon_{max}, \Delta) \equiv \left\langle \min \left\{ z_k \Psi^o(\Delta/z_k), E\varepsilon_{max} \right\} \right\rangle. \quad (6)$$

Она отвечает осреднению напряжений в ПЭ, отвечающих эпюре $OB'B''C$ на рис.3 (последняя игнорирует наличие группы $0 < z < z^*$ ПЭ, работающих симметрично по напряжениям). Функция (6) позволяет далее получать кривые циклической ползучести

при любых значениях σ_a , σ_{max} , $|\dot{\varepsilon}|$. Для этого удобно использовать номограмму (рис.4), построив на плоскости $\{\sigma_{max}, \varepsilon_{max}\}$ серию кривых $\sigma_{max} = \varphi(\varepsilon_{max}, \Delta)$, отличающихся значениями Δ . Заметим, что при $\Delta \rightarrow \infty$ кривая $\varphi(\varepsilon_{max}, \Delta)$ стремится к $F(\varepsilon_{max})$. Добавим, что при $\Delta \rightarrow 0$ кривая $\varphi(\varepsilon_{max}, \Delta)$ стремится к мнимой диаграмме [2], отвечающей начальному нагружению с минимальной скоростью деформации

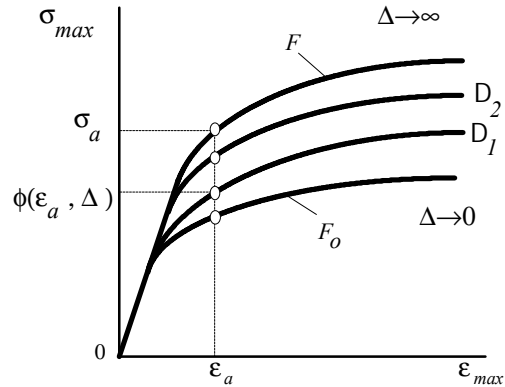


Рис. 4

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\rho}, \quad \sigma = F_0(\varepsilon) = \vartheta F(\varepsilon/\vartheta), \quad \vartheta = \sigma_0/\sigma_B = \sigma_0^k/\sigma_B^k \quad (7)$$

Действительное значение σ_{max} получается после замены части эпюры $OB'C'$ на $OA'C'$

$$\sigma_{max} = \varphi(\varepsilon_{max}, \Delta) - \varphi(\varepsilon_a, \Delta) + F(\varepsilon_a) \quad (8)$$

Учитывая, что $\sigma_a = F(\varepsilon_a)$, можно записать

$$\sigma_m = \sigma_{max} - \sigma_a = \varphi(\varepsilon_{max}, \Delta) - \varphi(\varepsilon_a, \Delta) \quad (9)$$

Таким образом, задав нужную величину σ_a , по кривой F (рис.4) находим ε_a

Части кривых $\Delta = \text{const}$ номограммы, отсекаемые прямой $\varepsilon_{max} = \varepsilon_a$ представляют, как следует из выражения (9), графики зависимостей $\sigma_m(\varepsilon_m)$ при различных значениях Δ (рис.5) – то есть еще одну номограмму для заданного значения σ_a (или ε_a). При заданном σ_m (линия $\sigma_m = s$ на рис.5) отсюда находим пары значений (ε_m, Δ) ; последняя величина представляет производную для кривой циклической ползучести (рис.6) в

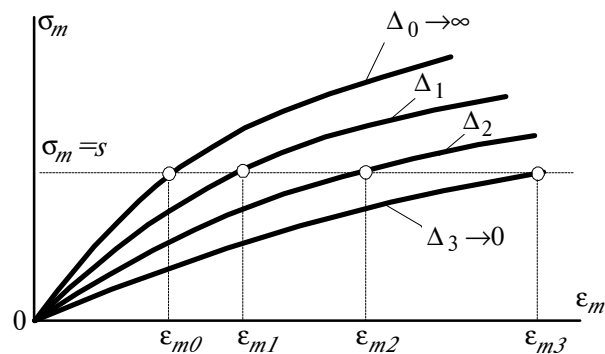


Рис. 5

координатах $\{\varepsilon_m, t'\}$, где

$$t' = t/(2E\dot{\varepsilon}) = N/a \quad (10)$$

t – время, N – число циклов, поскольку

$$\Delta = a \delta \varepsilon = a \frac{d\varepsilon}{dN} = \frac{d\varepsilon_m}{dt'}; \quad t = 4\varepsilon_a N / \dot{\varepsilon} = 2\varepsilon_a N / a \quad (11)$$

Как видим, кривая циклической ползучести в указанных координатах не зависит от скорости деформации $\dot{\epsilon}$. Поскольку при $\Delta \rightarrow 0$ функция $\varphi(\epsilon_{max}, \Delta)$ стремится к мнимой диаграмме, получаемая кривая циклической ползучести асимптотически стремится к величине ϵ_{mp} определенной ранее для СЦС [2].

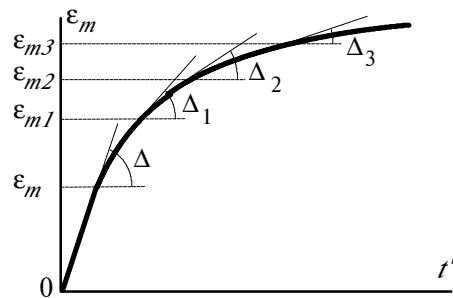


Рис. 6

6. Введенные допущения, сводящиеся к аппроксимации закона распределения напряжений в подэлементах, становятся все более оправданными по мере развития процесса циклической ползучести (после нескольких десятков начальных циклов); для точного описания его в первых циклах можно использовать исходные уравнения структурной модели с привлечением процедуры пошагового расчета кинетики деформирования.

В заключение отметим, что представленные уравнения связи параметров нагружения σ_a , σ_m со значениями ϵ_a , ϵ_m могут рассматриваться как физические соотношения при разработке методов ускоренного расчета напряженно-деформированного состояния неупругих конструкций, подобно тому, как это было сделано для СЦС [3,4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-00210)

Литература

1. Гохфельд Д.А., Садаков О.С. Пластичность и ползучесть элементов конструкций при повторных нагружениях. - М.: Машиностроение, 1984. - 256 с.
2. Мартыненко М.Е., Садаков О.С. О циклической ползучести конструкционных материалов при нормальной температуре. В кн.: Вопросы прочности в машиностроении. Сборник научн. трудов № 151, Челябинск, 1974, стр. 106- 113
3. Березин А.И., Мартыненко М.Е. Расчет циклической и статической составляющих полей деформаций и напряжений в стационарном цикле. В кн.: Прочность машин и аппаратов при переменных нагружениях. Челябинск, ЧПИ, 1983, стр. 55-60
4. Мартыненко М.Е. Прямой расчет стационарного неупругого деформирования при воздействии типа бегущей волны. В кн.: Прочность машин и аппаратов при переменных нагружениях. Челябинск, ЧПИ, 1991, стр. 33-38