

Математическое моделирование процессов накопления повреждения и роста трещины при малоцикловом нагружении

Садаков О.С., Порошин В.Б.

Челябинский государственный технический университет

Оценка долговечности элементов конструкций при сложном напряженном состоянии, в условиях изо- и неизотермического неупругого циклического нагружения с выдержками, когда несущая способность объекта определяется малоцикловой усталостью (МЦУ), наталкивается на серьезные трудности при математическом описании прочностных свойств материала. Эта проблема еще более усложняется при прогнозировании ресурса конструкции с учетом как этапа образования трещины МЦУ, так и этапа живучести (распространения усталостной трещины). Как показывает анализ существующих подходов, наиболее перспективными в данных условиях являются модели кинетического типа, оперирующие со специальным параметром состояния среды, характеризующим ее дефектность, - повреждением. Последний может быть скалярного или тензорного типа (повреждение-вектор физического смысла не имеет). Тензорные модели повреждаемости используются довольно редко [1, 2], однако в рассматриваемой ситуации они обладают определенными преимуществами.

Принципиальное значение при формулировке модели имеет выбор определяющих параметров, которые, с одной стороны, должны адекватно отражать текущее состояние среды и позволять описывать широкий спектр эффектов МЦУ при повышенной температуре, с другой стороны, набор этих параметров должен быть ограничен, с тем, чтобы модель не оказалась чрезмерно громоздкой, а ее идентификация - непомерно трудоемкой. Примером удобной системы параметров может служить комплекс всего лишь двух величин [3], выявленных в результате анализа структурной модели упруговязкопластической среды [4] и температуры. Сформулированный на их основе так называемый принцип подобия [4], как свидетельствуют теоретический анализ и экспериментальные проверки, вполне адекватно отражает реологические свойства конструкционных сплавов при знакопеременном изо- и неизотермическом деформировании с выдержками. Логичным представляется использование этих же параметров состояния и для описания прочностных свойств.

1. Предлагаемая модель предназначена для анализа кинетики накопления повреждения и определения долговечности высоконагруженных элементов конструкций, находящихся в сложном напряженном состоянии, при циклически пропорциональном изо- и неизотермическом нагружении с выдержками. Под циклически пропорциональным подразумевается частный вид непропорционального нагружения, при котором переменные во времени составляющие компонент тензоров напряжения S_{ij}^t и деформации e_{ij}^t изменяются пропорционально параметру k :

$$\begin{aligned} S_{ij}(t) &= S_{ij}^0 + S_{ij}^t(t), & S_{ij}^t(t) &= k_s(t) S_{ij}^a; \\ e_{ij}(t) &= e_{ij}^0 + e_{ij}^t(t), & e_{ij}^t(t) &= k_e(t) e_{ij}^a; \end{aligned} \quad (1)$$

S_{ij}^a, e_{ij}^a - амплитудные значения соответствующих величин; $-1 \leq k_s, k_e \leq 1$.

Усталостное (определяемое знакопеременной частью цикла деформирования) повреждение элемента объема материала отражается безразмерным параметром W - тензором повреждения

$$W_{ij} = W_0 d_{ij} + w_{ij}. \quad (2)$$

Шаровая часть W_{0ij} интерпретируется как "рассеянное" повреждение, накапливаемое равномерно во всех направлениях; девиатор W_{ij} соответствует "направленному", т.е. связанному с определенным видом напряженного состоянием, повреждению. Тензор W_{ij} определяется тензором переменной составляющей неупругой деформации p'_{ij} , отвечающим тензору e'_{ij} . В рассматриваемых условиях циклически пропорционального нагружения тензор W_{ij} характеризуется двумя скалярными параметрами W_0 и W :

$$W_{ij}(t) = W_0(t)d_{ij} + w(t)a_{ij}, \tag{3}$$

где a_{ij} - постоянный направляющий девиатор, совпадающий с направляющими девиаторами (1), интенсивностью, равной единице.

Полагаем, что изменение тензора W_{ij} связано с неупругим деформированием:

$$\begin{aligned} \dot{W}_0 &= A(s, m, T) (p_* / k)^{a(T)} \dot{I}; \\ \dot{w}a_{ij} &= B(s, T) (p_* / k)^{a(T)} \dot{p}_{ij}, \end{aligned} \tag{4}$$

где \dot{I} - интенсивность скорости неупругой деформации; T - температура; $m = \partial S / \partial s_i$ - параметр жесткости напряженного состояния (S_i - интенсивность напряжений; $S_0 = 1/3(S_1 + S_2 + S_3)$; S_1, S_2, S_3 - главные напряжения); p_* - интенсивность изменения неупругой деформации от момента последнего реверса; величина p_*/k связана с относительной долей элемента объема, вошедшей в пластическое течение; $k = s - s_R$. Текущее значение параметра s , характеризующее относительную нагруженность названной доли, определяется положением точки состояния на плоскости $r_* \sim e_*$ относительно кривой $r_* = f(e_*)$ ($r = f(e)$ - уравнение кривой деформирования); использованы следующие обозначения: $r_* = r - r_R$; $e_* = e - e_R$; e, r - интенсивности полной и упругой деформаций; e_R, r_R - их значения в момент последнего реверса (смены знака скорости деформации или "секущего модуля" $C = e_* / r_*$). Функция $a(T)$ однозначно связана с наклоном кривых малоциклового усталости в логарифмической системе координат "размах неупругой деформации в цикле ~ долговечность".

Критерий разрушения в общем виде представляет равенство i -ой меры повреждения M_i своему критическому значению:

$$M_i(W_{ij}) = M_i^*. \tag{5}$$

В частности, одна из мер может представлять комбинацию интенсивности девиатора W_{ij} и шаровой части W_0 :

$$W_0 + a (w_{ij} w_{ij})^{1/2} = w_{cr}(m, T), \tag{6}$$

где весовой параметр a может считаться константой.

Если знакопеременное неупругое деформирование сопровождается процессом одностороннего накопления деформации, то мера, фигурирующая в левой части критерия (6), может также включать связываемое с этим процессом квазистатическое повреждение W_s :

$$w_s = e / e_f(m, t, T), \tag{7}$$

где E_f - интенсивность деформации разрушения при монотонном растяжении;
 t - длительность нагружения.

В простейшем случае определяющие функции A и B при $T=const$ аппроксимируются кусочно постоянными зависимостями:

$$A(s, m) = \begin{cases} A_c^0 & \text{при } |s| < s_c, \quad m=0; \\ A_p^0 & \text{при } |s| > s_c, \quad m=0; \\ A^- & \text{при любом } s, \quad m < 0; \\ A_c^+ & \text{при } |s| < s_c, \quad m > 0; \\ A_p^+ & \text{при } |s| > s_c, \quad m > 0. \end{cases} \quad B(s) = \begin{cases} B_c & \text{при } |s| < s_c; \\ B_p & \text{при } |s| > s_c. \end{cases} \quad (8)$$

Значения $s_c = s_c(T)$ параметра s разграничивает области реализации механизмов вязкого $|s| < s_c$ и пластического $|s| > s_c$ деформирования, которые отчетливо различимы на графике реологической функции материала - зависимости скорости установившейся ползучести от напряжения (рис.1).

Таким образом, для идентификации данного варианта модели необходимо при каждом значении температуры из интересующего диапазона определить восемь констант материала (A_i, B_i, a). Для этого могут быть использованы результаты испытаний на МЦУ при четырех характерных программах деформирования с одно- и двусторонней выдержками в условиях жесткого растяжения-сжатия и циклического сдвига.

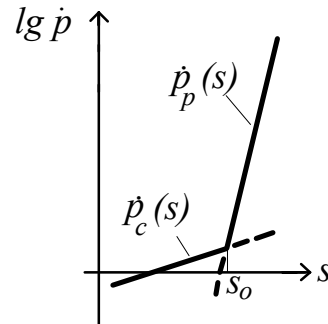


Рис.1. Типичный характер реологической функции.

2. Рассмотренная выше модель допускает обобщение на произвольные траектории напряжения и деформации. В ней, однако, не учитывается возможность реализации различного типа механизмов повреждения, соответствующих механизмам неупругого деформирования. В случае пропорционального нагружения оказалось достаточным использовать в качестве повреждения скалярный параметр, что, конечно, облегчает теоретический анализ и удобнее при практическом применении.

Предполагается, что в этом случае степень дефектности элемента объема определяется скаляром W_s , изменяющимся от 0 до критического значения W_{cr} . Как и прежде, со знакопеременной составляющей цикла деформирования связано усталостное (циклическое) повреждение W , а с односторонне накопленной деформацией - квазистатическое W_s , определяемое выражением, аналогичным (7).

Различаются повреждения, отвечающие этапу быстрого, пластического деформирования, когда поведение материала приближается к склерономному, - W_p и этапу более медленного, вязкого деформирования - W_c (в этих условиях материал реономен).

Предполагается, что скорость $\dot{W}_p = dW_p/dt$ повреждения W_p может быть только неотрицательной, скорость же $\dot{W}_c = dW_c/dt$ может быть любого знака, однако само повреждение $W_c \neq 0$.

В условиях циклического растяжения-сжатия уравнения, определяющие скорости повреждений \dot{W}_p и \dot{W}_c имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{W}_p &= D(s, T) p_*^{a(T)} \left| \dot{p}_p \right|; \\ \dot{W}_c &= H(w_c) D(s, T) p_*^{a(T)} \left| \dot{p}_c \right|, \end{aligned} \quad (9)$$

где H - функция Хевисайда ($H(x)=0$ при $x<0$, иначе $H(x)=1$); содержание параметра p_* и одной из определяющих функций, $a(T)$, пояснено выше.

Вторая, так называемая функция повреждаемости, $D(s, T)$, характеризует интенсивность накопления повреждения в зависимости от параметра относительной нагруженности элемента объема s и температуры, влияние которой полагается параметрическим. Эту функцию удобно определять по результатам малоцикловых испытаний с варьированием скорости деформирования в полуциклах растяжения и сжатия. Вид функции повреждаемости (кривая 1), типичный для группы жаропрочных хромоникелевых сталей, приведен на рис.2. Очевидно, что вполне приемлемую аппроксимацию данной функции представляет кусочно-линейная зависимость 2. И, наконец, наиболее простой вид функции $D(s)$ достигается при использовании кусочно-постоянной зависимости 3, удобной для оперативного и качественного анализа процесса повреждаемости. Отметим, что в двух последних случаях для идентификации модели могут быть проведены технически более простые и потому достаточно распространенные испытания, реализующие четыре характерные программы нагружения: с выдержкой в полуцикле растяжения, сжатия, в обоих полуциклах и без выдержек (циклы типа cp , pc , cc , pp , соответственно).

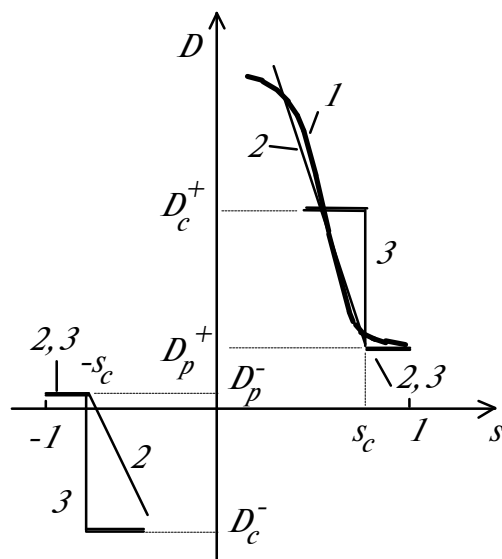


Рис.2. Функция повреждаемости и ее аппроксимация.

Таким образом, скорость усталостного повреждения в произвольный момент времени представляет сумму "пластической" и "вязкой" составляющих

$$\dot{W} = \dot{W}_p + \dot{W}_c. \quad (10)$$

Отметим, что величины W_i сопоставимы лишь в узком диапазоне относительной нагруженности $|s_c + Ds|$, $|s_c - Ds|$ (см. выражение (9) и рис.1), за его пределами одной из составляющих вполне допустимо пренебречь.

Момент разрушения (образование макротрещины длиной 3...5 мм) при регулярном нагружении определяется условием

$$w = w_{cr}(T, m), \quad (11)$$

которое в случае одностороннего накопления деформации, происходящего на фоне знакопеременного пластического течения, должно быть дополнено членом вида (7):

$$W_\xi = W + W_s = W_{cr} \quad (12)$$

Зависимость $W_{cr}(m)$ приведена на рис.3.

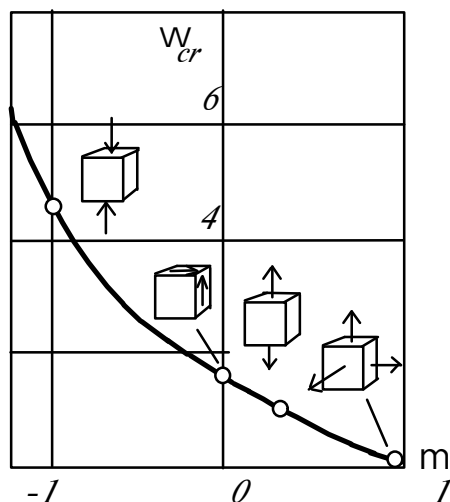


Рис.3. Зависимость критического повреждения от параметра жесткости напряженного состояния.

Анализ и экспериментальные проверки кинетической модели накопления повреждения (9)...(12) показали, что ею качественно верно и с достаточной для инженерной практики точностью отражается большинство важнейших закономерностей МЦУ при повышенной температуре [5]. Среди них S-образного вида зависимость долговечности (числа циклов до разрушения) от частоты нагружения; существенное влияние на долговечность скорости деформирования в полцикле растяжения и гораздо менее значительное - в полцикле сжатия, аналогичная картина наблюдается при сопоставлении циклов с выдержками в одном из полциклов (*cp* и *pc*), причем долговечность в условиях нагружения с двусторонней выдержкой (*cc*) оказывается выше, чем с односторонней (*cp*). Удовлетворительно описываются и более тонкие эффекты, связанные с зависимостью долговечности от истории неупругого деформирования и закона изменения

температуры в цикле: влияние последовательности этапов пластического и вязкого деформирования; большая опасность выдержки в режиме чистой релаксации ($\epsilon = const$) по сравнению с режимом чистой ползучести ($S = const$) или выдержкой промежуточного характера при одинаковой деформации ползучести на этапе выдержки; при неизотермическом нагружении отражается тот факт, что максимальной повреждаемости соответствует программа синфазного изменения деформации и температуры (нагрев в полцикле растяжения сочетается с охлаждением в полцикле сжатия) и другие экспериментально наблюдаемые закономерности.

Накопленный опыт применения модели повреждаемости к оценке прочности элементов теплонапряженных конструкций (ответственные детали ГТД, элементы энергетических ядерных реакторов, металлургического оборудования) свидетельствует об удобстве работы с ней и адекватности получаемых результатов.

3. Как уже было отмечено, признаком исчерпания несущей способности по критерию МЦУ служит образование макротрещины, что, как правило, еще не означает физического разрушения конструкции. Этап живучести (роста усталостной трещины до критической величины) при воздействиях преимущественно теплового характера может составлять до 40% и более общего ресурса службы. В связи с этим предпринята попытка описания данной стадии жизненного цикла конструкции с помощью обсуждавшейся выше модели МЦУ.

Расчетное исследование поведения усталостной трещины, распространяющейся в номинально упругом теле, производили на примере тонкой пластины с двухсторонней краевой трещиной в условиях симметричного изменения равномерно распределенной осевой нагрузки S , приложенной на достаточном удалении от сечения с трещиной.

Сетка конечных элементов, посредством которых дискретизировался объект, имела нерегулярную структуру и содержала, с учетом биаксиальной симметрии задачи, 73 узла, 115 элементов. Трещина моделировалась элементами с односторонними связями, реализующимися при закрытии трещины.

Анализ состояния конструкции в процессе деформирования производили путем расчета кинетики полей напряжений и деформаций с использованием структурной модели упруговязкопластической циклически стабильной среды (склерономный вариант). Были рассмотрены несколько уровней нагрузки, отличающихся значениями максимальных напряжений ($S_{max} = |S_{min}|$). В результате расчетов установлено, что стабилизация процесса деформирования объекта в данных условиях происходит через

2...3 цикла нагружения. Оказалось, что виды циклов прикладываемого к пластине напряжения и перемещения берегов трещины не совпадают: трещина закрывается при значительных сжимающих напряжениях, тем больших, чем выше уровень нагрузки. Поля напряжений и деформаций в области вершины трещины, как и ожидалось, отличаются существенной неоднородностью. На основе полей компонент пластической деформации было получено распределение соответствующих размахов, поскольку именно этот параметр, характеризующий реакцию системы, определяет ее долговечность по критерию малоциклового разрушения; пример такого распределения вдоль продолжения траектории трещины представлен на рис.4.

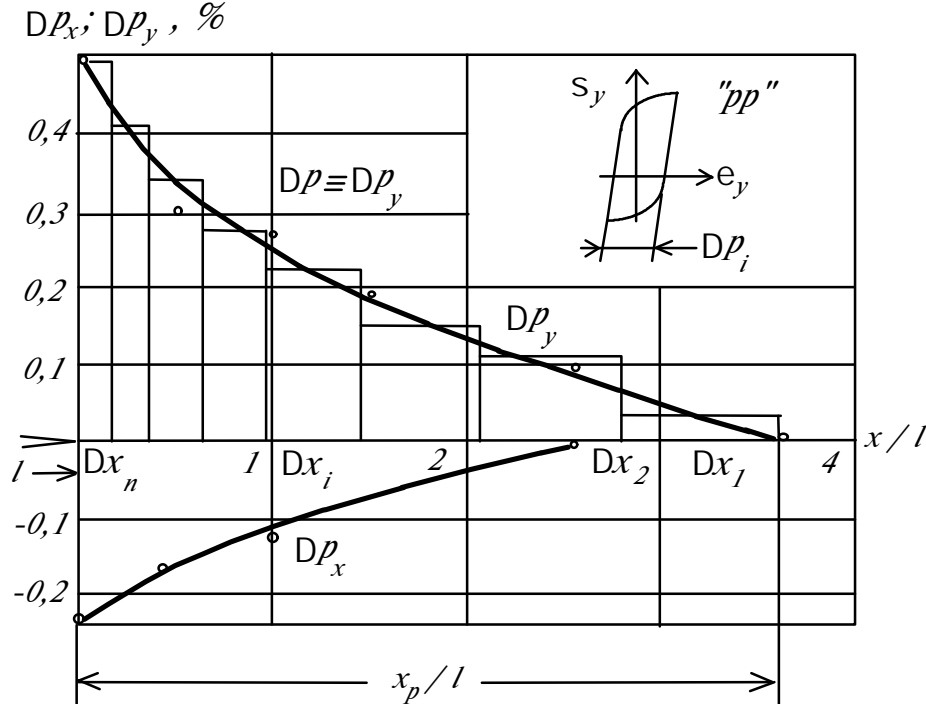


Рис. 4. Распределение компонент размаха неупругой деформации вдоль траектории трещины и его аппроксимация

В результате анализа зависимостей $Dp_x(x)$, $Dp_y(x)$ было замечено, что соответствующие кривые обладают свойством центрального подобия. В определенном диапазоне длин трещины коэффициент центрального подобия c зависит, главным образом, от нагрузки, в общем же случае

$$c = c(\Delta S/S_T, l)$$

(S_T - физический или условный предел текучести). Таким образом, искомое распределение $Dp(x)$ может быть получено на основе базовой функции $Dp_0(x)$, отвечающей некоторым базовым значениям DS_0, l_0 параметров,

$$Dp(x) = cDp_0(x)/c.$$

При расчете накопления повреждения был использован вариант модели для сложного напряженного состояния с кусочно-постоянной аппроксимацией функции повреждаемости (рис.2, зависимость 3). В соответствии с ним в каждой из главных площадок рассматриваемого элемента объема независимо друг от друга подсчитываются составляющие W_{ξ_j} повреждения; достижение любой из них соответствующего критического значения означает разрушение всего элемента в целом. В данном случае опасной является площадка, перпендикулярная направлению нагрузки, которой отвечает размах деформации Dp_y .

Картина движения трещины с точки зрения наблюдателя, расположенного в ее вершине, может быть представлена как своеобразный конвейер, по которому элементы объема материала из области упругой работы перемещаются к границе зоны пластической деформации ($x=x_p$, рис.4), пересекают ее, достигают вершины трещины, где, наконец, разрушаются. Предполагается, что в каждый отдельный промежуток времени Dt_i , за который трещина продвинется на величину x_p , ее скорость $l'=dl/dN$ постоянна. Таким образом, каждый элемент объема внутри зоны пластичности проходит интервал Dx_i в течение DN_i циклов

$$DN_i = \frac{Dx_i}{l'}, \quad (13)$$

а накопленное им усталостное повреждение в конце n -го интервала составит

$$w_n = \mathring{a} \sum_{i=1}^n Dw_i \times DN_i, \quad (14)$$

где $\Delta\omega_i$ - повреждение за цикл с размахом пластической деформации Δp_i (см. соотношение (9) и рис.2):

$$Dw_i = \int_0^{\Delta p_i} D_p^+ p^a dp_* + \int_0^{\Delta p_i} D_p^- p^a dp_* = \frac{D_p^+ + D_p^-}{a+1} \Delta p_i^{a+1} = D_* \Delta p_i^m; \quad (15)$$

введены следующие обозначения: $m=a+1$; $D_* = (D_p^+ + D_p^-) / (a+1)$.

С учетом (13) и (15) выражение (14) принимает вид

$$w_n = \mathring{a} \sum_{i=1}^n D_* \Delta p_i^m \frac{Dx_i}{l'}$$

(для простоты принято $Dx_i = const$). Возвращаясь к непрерывному распределению $\Delta p(x)$ и считая, что конец n -го интервала совпадает с вершиной трещины, запишем условие разрушения элементарного объема с учетом квазистатического повреждения w_c

$$w(x = 0) = \frac{l'}{l'} D_* \int_0^{x_p} \Delta p(x) dx + \frac{e}{e_{cr}} = w_{cr}.$$

Окончательно, скорость усталостной трещины есть

$$l' = \frac{dl}{dN} = \frac{D_* \int_0^{x_p} \Delta p(x) dx}{w_{cr} - \frac{e}{e_f}}.$$

Как видно, искомая величина l' определяется не самой функцией распределения размаха пластической деформации, а ее интегральной характеристикой. Это избавляет от необходимости находить точную зависимость $\Delta p(x)$, что может вызвать определенные трудности, в частности, непосредственно у вершины трещины.

Расчеты с использованием данного подхода выявили, что в рассматриваемой задаче квазистатическая составляющая повреждения незначительна (ее наибольшее значение (в точках, прилежащих к вершине трещины), по крайней мере, на порядок меньше критической величины). Отметим, что и сама величина W_{cr} в различных точках образца неодинакова; за пределами зоны возмущения трещиной однородного поля напряжений, естественно, $W_{cr} = I$ (одноосное напряженное состояние), однако по мере приближения к вершине с изменением вида напряженного состояния от линейного к плоскому (неравноосное растяжение) величина W_{cr} снижается, достигая минимума (0,24...0,4) в точках, несколько отстоящих от вершины трещины, а затем вновь увеличивается, принимая значения в непосредственной близости от вершины, равные 0,45...0,55.

Сопоставление полученной расчетным путем зависимости длины трещины от числа циклов нагружения для одной из рассмотренных программ нагружения (материал - жаропрочная хромоникелиевая сталь, $T=650^{\circ}C$) с экспериментальными данными [6] свидетельствует об их удовлетворительном соответствии.

Литература

1. Ильюшин А.А. Об одной теории длительной прочности // Известия АН СССР. Механика твердого тела.- 1967.- №3.- С.21-35.
2. Lecki F.A., Onat E.T. Tensorial nature of damage measuring internal variables // Phys. Non-Linearities Struct. Anal., IUTAM Symp., Senlis, May 27-30, 1980. Berlin e.a., 1981. - P.140-155.
3. К описанию малоциклового усталости при сложном напряженном состоянии с учетом ползучести /Д.А.Гохфельд, К.М.Кононов, В.Б.Порошин, О.С.Садаков //Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии. Киев: Наукова думка, 1986.- С. 89-93.
4. Гохфельд Д.А., Садаков О.С. Пластичность и ползучесть элементов конструкций при повторных нагружениях.- М.: Машиностроение, 1984.-256 с.
5. Порошин В.Б. Влияние формы цикла деформирования на накопление повреждения при различных типах малоциклового нагружения с выдержками // Пробл. прочности.- 1988.- №1.- С.38-44.
6. Механика малоциклового разрушения/Н.А.Махутов, М.И.Бурак, М.М.Гаденин и др. - М.:Наука, 1986. 264 с.