

# **Анализ предельных состояний конструкций при дилатационных малоцикловых воздействиях**

О.Ф.Чернявский

*Челябинский государственный технический университет*

По мере развития конструкций, подверженных интенсивным дилатационным воздействиям (тепловым, нейтронным, водородным и др.) все более отчетливо выявляется тенденция к разделению функций: силовые элементы изолируются (если возможно) от дилатационных воздействий, а части конструкций, подвергающиеся влиянию этих воздействий, освобождаются от механических нагрузок. Типичными примерами являются высокотемпературные ядерные реакторы, разнообразные промышленные печи, ряд конструкций статоров ГТД, диффузионные отделители водорода. Все дилатационные воздействия могут приводить к существенным изменениям механических характеристик материала (температурные зависимости, нейтронное охрупчивание и деструкция, водородное охрупчивание), а при неоднородных изменениях объемов - к появлению самоуравновешенных напряжений.

Предельные состояния конструкций, обусловленные механическими и дилатационными нагрузками, существенно различны. Стационарные поля самоуравновешенных напряжений не могут, как известно [1], приводить к состоянию предельного равновесия (в терминологии норм [2] неупругой деформации по всему сечению детали); они, как правило, не могут приводить и к развитию трещин, разделяющих деталь из пластичного материала на части (исключения не имеют, по-видимому, практического значения) и не способны вызвать значительные перемещения вследствие потери устойчивости, поскольку нагружение является кинематическим. Образование макротрещин в зонах концентрации при этом практически происходит так же, как при механическом нагружении и может прогнозироваться известными методами [3]. Таким образом, специфические предельные состояния при значительных дилатационных и несущественных механических нагрузках определяются исключительно нестационарными, прежде всего многократно повторяющимися воздействиями. Можно отметить, что нейтронные воздействия, как правило, приводят к монотонным изменениям объемов и соответствующих самоуравновешенных напряжений; циклическое изменение напряжений для них нехарактерны.

При повторных дилатационных воздействиях возможны предельные состояния двух основных типов. К первому отнесем зарождение и прогрессирующее с числом циклов развитие термических и водородных трещин, прежде всего - сеток трещин вблизи поверхностей детали. Ко второму типу предельных состояний относится прогрессирующее с числом циклов формоизменение [1] и его частный случай - прогрессирующее коробление. Обзор методов анализа процессов развития сеток трещин при дилатационных воздействиях дан в статье [4], где показано, что эти процессы - от зарождения случайных малых трещин до перерастания сетки в одну магистральную трещину - существенно зависят от предыстории и могут быть проанализированы на основе пошагового расчета кинетики разрушения. В принципе аналогичный подход возможен и при анализе процессов циклического неупругого деформирования [5], однако анализ кинетики деформирования в течение всей "жизни" конструкции оправдано лишь в тех случаях, когда имеются (или получаются в ходе расчета) достаточно точные данные о влиянии технологии изготовления конструкции на остаточные напряжения и свойства материала.

Другой - приближенный - подход к анализу прогрессирующего формоизменения и коробления базируется на теории приспособляемости идеально пластических тел. Основные теоремы этой теории обобщены в работе [1] на случай любых дилатационных

воздействий (не только тепловых), с учетом ползучести и циклического изменения свойств материала в зависимости от внешних условий. В соответствии со статической теоремой граница между приспособляемостью и прогрессирующим формоизменением при несущественных механических нагрузках соответствует минимальное из всех значений параметров внешних воздействий, при которых

$$\max_t f(r_{ij} + s_{ijt}) = j(r_{ij}) \leq 0 \quad (1)$$

$$r_{ij,j} = 0, \quad r_{ij}n_j = 0 \quad \text{на } S_p \quad (2)$$

В соответствии с кинематической теоремой этой границе соответствует минимальное из всех значений параметров внешних воздействий, при которых

$$\int_V r_{ij}^* \Delta e_{ij}'' dV + \sum_m r_{ij}^* n_j \Delta u_j' dS \leq 0, \quad j(r_{ij}^*) = 0 \quad (3)$$

$$\Delta e_{ij}'' = \frac{1}{2}(\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i}), \quad \Delta e_{ij}'' = \sum_a l_a \frac{\nabla l_a(r_{ij})}{\nabla r_{ij}}, \quad l_a \geq 0 \quad (4)$$

Здесь  $s_{ijt}$  - переменные составляющие напряжений от дилатационных воздействий, вычисленные в предположении идеальной упругости материала;  $f(s_{ij}) = 0$  - уравнение поверхности текучести;  $r_{ij}$  - не зависящие от времени остаточные напряжения, а  $r_{ij}^*$  - их предельные значения, то есть напряжения на фиктивной поверхности текучести  $j(r_{ij}^*) = 0$ , которые в частном случае, когда неупругое деформирование в точке тела по заданному направлению  $\Delta e_{ij}''$  имеет место один раз за цикл, принимают вид  $r_{ij}^* \Delta e_{ij}'' = \min_t [(s_{ij} - s_{ijt}) \Delta e_{ij}'']$ ,  $\Delta e_{ij}''$ ,  $\Delta u_i$  - приращения неупругих деформаций и перемещений за цикл,  $\Delta u_i'$  - разрыв приращений перемещений на поверхности  $S_u$ .

Условием начала знакопеременного неупругого деформирования в точке тела соответствует вырождение фиктивной поверхности текучести в линию или точку.

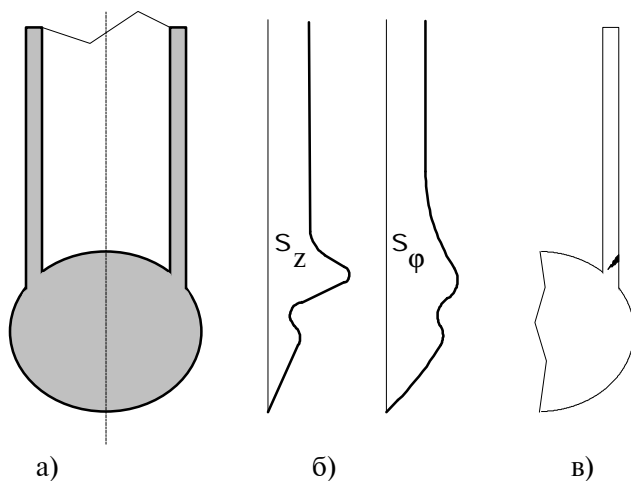


Рис. 1.

Применение теории приспособляемости к анализу предельных состояний конструкций при водородных воздействиях рассмотрим на примере диффузионных отделителей установок для производства особо чистого водорода. На рис.1а показана запаянная краевая часть капиллярного отделителя, изготовленного из палладиевого сплава. Изменение объема металла капилляра при насыщении водородом в действующих промышленных установках доходят до 1,5%;

теоретически возможны и существенно более высокие уровни дилатации (для палладиевых сплавов - 15%). На нестационарных режимах работы установки водородная дилатация существенно неоднородна по толщине стенки капилляра, а в зоне пайки (рис.1а), где она особенно велика - еще и по длине трубки.

Исходными данными для анализа условий приспособляемости являются водородные напряжения, вычисленные в предположении идеальной упругости материала, а также временное сопротивление и предел текучести материала в зависимости от насыщения водородом и температуры. На рис.1б показано распределение водородных напряжений в капилляре в один из моментов времени\*. Напряжения от перепада давлений и неравномерного нагрева капилляра не превысили нескольких процентов от водородных напряжений. В зоне пайки размах водородных напряжений за цикл в условиях нормальной эксплуатации оказался существенно больше удвоенного предела текучести материала, то есть имеет место интенсивное знакопеременное неупругое деформирование. В результате здесь развивается трещина малоциклового усталости (рис.1в). Следует отметить, что использованная в расчете характеристика материала ( $\sigma_{0.2}$  в зависимости от температуры) определена без учета наводораживания. Характеристики малоциклового деформирования материалов в водородной среде изучены пока недостаточно. В связи с этим в лаборатории термпрочности ЧГТУ создана установка для проведения малоциклового испытания в особо чистом водороде и других газовых средах при давлениях до 15 МПа, температурах от -160 до +800°C, с управлением процессом нагружения по деформациям или напряжениям (жесткие или мягкие циклы), скоростям нагружения и длительности выдержек.

Результат прогрессирующего коробления отделителя флажкового типа иллюстрирует рис.2. Очевидно, что образование складок в плоском пластинчатом

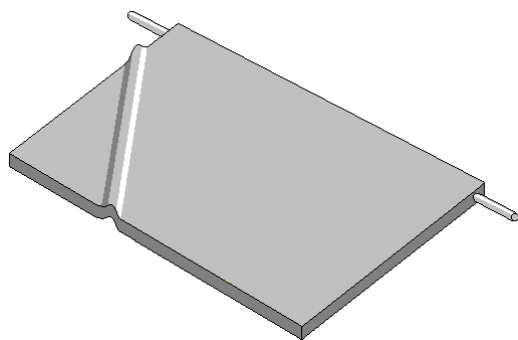


Рис. 2.

отделителе связано с неустойчивостью основного направления процесса прогрессирующего формоизменения. С другой стороны, при прогрессирующем короблении сохраняются основные качественные признаки прогрессирующего формоизменения: неизохронность неупругого деформирования в объеме тела, нарастание деформаций с ростом числа циклов, малость неупругих деформаций в каждом полцикле нагружения. Прогрессирующее коробление нередко лимитирует работоспособность теплонапряженных конструкций;

многочисленные примеры (радиальные турбины, корпуса печей, колосники обжиговых машин и др.) приведены в [1] вместе с результатами лабораторных испытаний образцов при теплосменах без нагрузок. В отличие от основного направления процесса формоизменения, методы анализа которого в рамках линейной теории приспособляемости достаточно разработаны [1], анализ процессов коробления должен, как и в других аналогичных задачах устойчивости, включать определение точек ветвления процесса и исследование закритического поведения [6,7].

Ограничимся здесь анализом прогрессирующего коробления достаточно жестких конструкций, в которых упругие изменения геометрических характеристик внутри любого цикла нагружения пренебрежимо малы по сравнению с начальными размерами. Ограничимся, кроме того, такими параметрами внешних воздействий, при которых изменения остаточных перемещений становятся существенными по сравнению с начальными размерами тела лишь после достаточно большого числа циклов, то есть параметры нагружения выше предельных по прогрессирующему формоизменению, но не

\* Расчеты процессов диффузии водорода и условных упругих напряжений выполнялись с помощью МКЭ совместно с А.И.Березиным и В.Н.Мадудиным

слишком далеки от них. При таких условиях можно принять, что деформации, накопленные в процессе стабилизации поведения конструкции, малы и не изменяют существенно ее геометрию. Тогда для анализа возможности бифуркации процесса могут быть использованы теоремы о прогрессирующем формоизменении в виде (1) - (4), а анализ закритического поведения может быть выполнен с помощью приема, аналогичного применяемому для решения геометрически нелинейных задач предельного равновесия: расчет предельной нагрузки ведется по шагам, на каждом из которых геометрия конструкции считается фиксированной, но зависящей от результатов расчета на предыдущем шаге.

В качестве простейшего методического примера рассмотрим расчет первоначально прямого стержня, нагруженного постоянной во времени силой  $P$  при циклических изменениях изгибающего момента  $M(t)$  (рис.3а). Очевидно, что такое нагружение может быть реализовано не только механическими, но и дилатационными воздействиями (циклическое изменение температуры по толщине при постоянной температуре на оси) при соответствующем закреплении верхнего конца стержня. Диаграмма приспособляемости показана на рис.3в, наклонная линия здесь соответствует началу прогрессирующего формоизменения, когда пластические деформации в левой и правой частях поперечного сечения происходят в двух разных полуциклах. В соответствии со статической теоремой (1),(2) предельному циклу отвечает единственное распределение напряжений (полных и остаточных), показанное на рис.3б. В то же время с помощью кинематической теоремы (3),(4) нетрудно получить, что одним и тем же параметром предельного цикла (накопленная прямая на рис.3в) отвечает бесчисленное множество различных распределений приращений деформаций в предельном цикле (рис.3б), которое можно представить, например, в виде

$$\Delta \epsilon'' = -\Delta \epsilon_0 - \sum_n \left( \frac{y}{h} \right)^n \Delta \epsilon_n, \quad \Delta \epsilon_0 > 0, \quad \Delta \epsilon_n > 0, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

при условии, что приращения деформаций  $\Delta \epsilon''$  отрицательны. Очевидно, что предельное состояние здесь соответствует точке ветвления процесса прогрессирующего накопления деформаций.

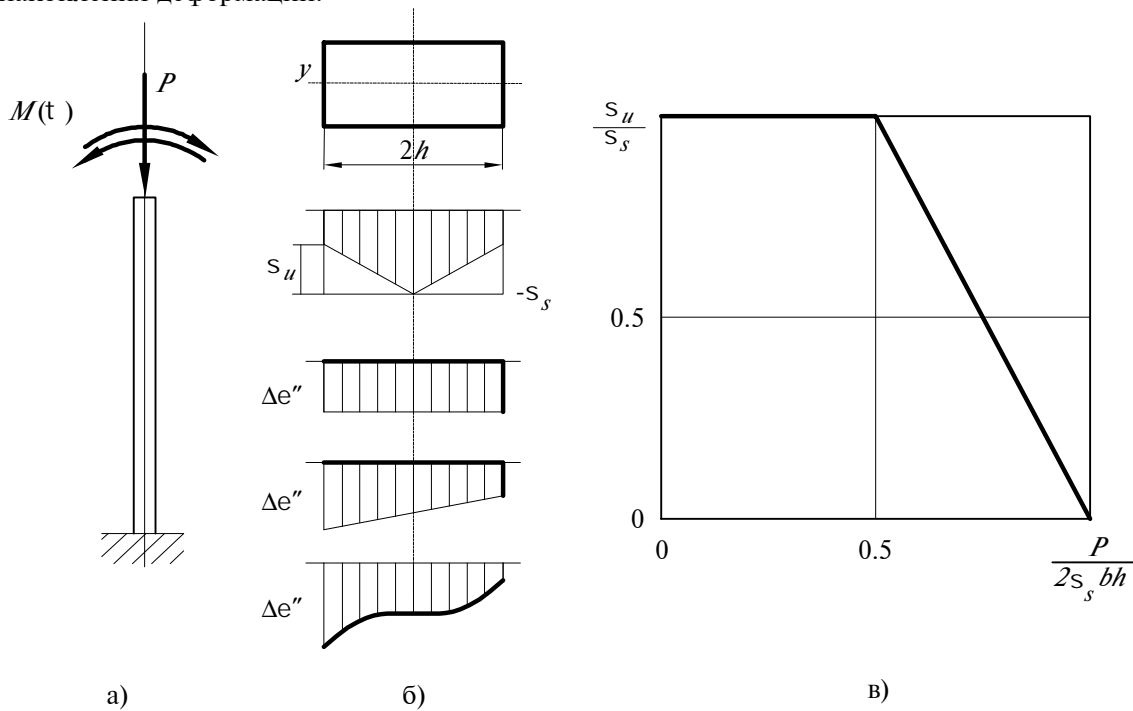


Рис. 3.

Аналогичным образом можно получить условия ветвления процесса прогрессирующего формоизменения при повторных проходах тепловой волны вдоль от цилиндрической оболочки (рис.4). Статический метод расчета условий приспособляемости [1] показывает, что в предельном по формоизменению цикле окружные напряжения достигают предела текучести в сечении, где расположены вершина волны, то есть одновременно в разных сечениях. Кинематическая теорема (3),(4) позволяет установить, что в предельном цикле приращения за цикл радиальных  $\Delta w$  и окружных  $\Delta v$  перемещений могут распределяться по закону

$$\Delta w = -\Delta w_0 - \Delta w_1 \frac{n}{n^2 - 1} \cos n\varphi, \quad \Delta v = \Delta v_0 \frac{n}{n^2 - 1} \sin n\varphi, \quad \Delta u = 0, \quad \Delta w_0 > 0, \quad n = 0, 2, 3$$

Соответствующие  $n = 0, n = 2$  и  $n = 3$  распределение приращений перемещений иллюстрирует рис.4. Можно отметить, что в лабораторных испытаниях оболочек разной толщины по приведенной здесь схеме действительно получались все три изображенные на рис.4 формы поперечных сечений.

Существенно, что наличие точек бифуркации в рассмотренных двух примерах соответствует неустойчивости процесса деформирования лишь в том смысле, что при увеличении нагрузок отношение приращения перемещения к приращению нагрузки может стать сколь угодно большим при достаточном числе циклов. Это не означает, однако, что основной процесс формоизменения (здесь он соответствует прямолинейной форме стержня и круговой форме оболочки) окажется неустойчивым. В частности, в рассмотренных примерах все рассуждения и выводы сохраняются при изменении знака внешних воздействий, то есть при прогрессирующем растяжении, когда основное продолжение процесса очевидно устойчиво, если не учитывать изменение поперечных сечений. В связи с этим необходимо определение типа бифуркации, как и в аналогичных задачах устойчивости упругих систем [7].

В качестве примера продолжим рассмотренный выше расчет стержня. При любом неравномерном по сечению распределении приращений пластических деформаций

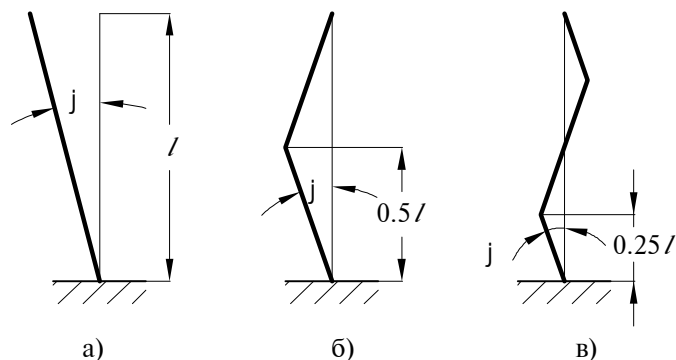


Рис. 5.

условий формоизменения примем, что в заделке реализуется разрыв перемещений

$$\Delta u' = -\Delta u_0 + y\Delta\varphi, \quad \Delta u_0 \geq 0, \quad \Delta\varphi \geq 0, \quad h\Delta\varphi > \Delta u_0$$

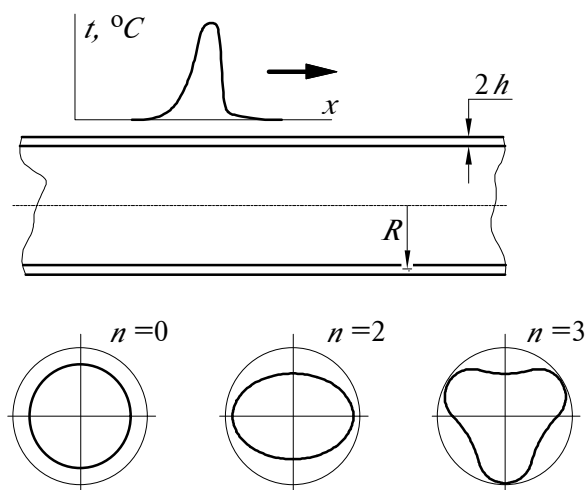


Рис. 4.

стержень искривляется, что приводит к локализации пластических деформаций в заделке (рис.5а) Поскольку угол в общем случае не мал, а нагрузка предполагается строго вертикальной, решение задачи приспособляемости должно выполняться с учетом не только нормальных сил и изгибающих моментов, но и поперечных сил. Ограничимся здесь приближенными решениями: при получении верхней оценки

а при получении нижней оценки примем, что изгибающий момент воспринимается периферийной частью сечения, а нормальная и поперечная силы - центральной частью при равномерном распределении в ней касательных напряжений. Принимается условие текучести Треска-Сен-Венана.

Результаты расчета верхней и нижней оценок при различных соотношениях  $l/h$  для одного параметра изгибающего момента иллюстрируют сплошные и штриховые линии на рис.6. Вертикальной штриховой здесь показаны области, внутри которых лежат полные (точные) решения вариационной задачи расчета параметров предельного цикла. При  $l/h > 2$  верхняя и нижняя оценки различаются незначительно.

Результатам, изображенным на рис.6, можно дать и другую интерпретацию: верхние и нижние оценки параметров предельного цикла для  $l/h = 1$  и  $l/h = 0,5$  можно рассматривать как возможные продолжения процесса деформирования стержня, у которого  $l/h = 2$ , но механизмы формоизменения соответствуют изображенным на рис.5б и в соответствии. Очевидно, что число таких продолжений бесконечно, то есть исследование прогрессирующего коробления сводится к проблеме параметрической неустойчивости. Для оценки

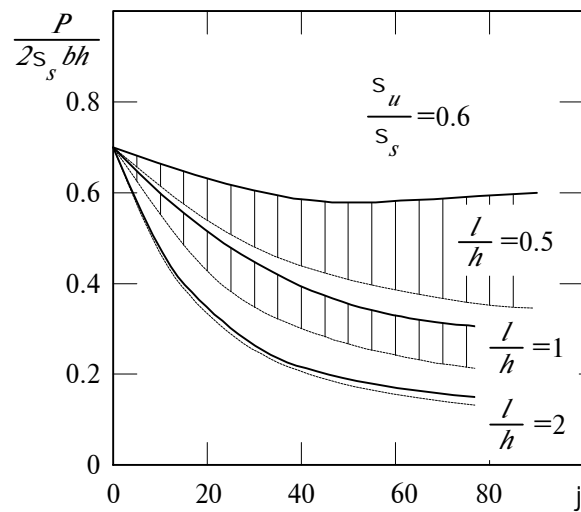


Рис. 6.

устойчивости процесса прогрессирующего формоизменения необходимо найти  $\min \frac{dP}{d\phi}$  при заданной (неидеальной) форме стержня по всем кинематически возможным механизмам формоизменения. Отрицательное значение этой величины (рис.6) соответствует неустойчивости процесса, то есть прогрессирующему короблению. При таком подходе построение всей области возможных продолжений процесса не является обязательным.

## Литература

1. Gokkfeld D.A. and Cherniavsky O.F. Limit analysis of structures at thermal cycling. Sijthoff and Nordhoff Int. Publ., 1980
2. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. М., Энергоатомиздат, 1989
3. Manson S.S. Thermal stress and low-cycle fatigue. McGraw-Hill Book Company, 1973.
4. Чернявский А.О.
5. Мадудин В.Н.
6. Ключников В.Д. Устойчивость упруго-пластических систем. М., "Наука", 1980.
7. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. М., Машиностроение, 1978