

# Вероятностные методы расчета ресурса в условиях случайных вибраций

Л.А.Шефер, А.Е.Саночкин

*Челябинский государственный технический университет*

На базе вероятностных характеристик описания случайных процессов и результатов усталостных испытаний от их воздействия разработана обобщенная диаграмма усталости, которая послужила основой для разработки континуальной модели оценки накопленных повреждений. Получены необходимые зависимости для вероятностных оценок ресурса, работа которых иллюстрируется результатами усталостных испытаний образцов материалов при нагружении их различными нестационарными случайными процессами.

Рассматривается континуальный подход к оценкам ресурса и запасов циклической прочности, основанный на классификации эксплуатационных процессов с точки зрения усталости и определении накопленных повреждений путем сопоставления процесса нагружения с предельным состоянием, отвечающим данному процессу. Подобное решение позволяет исключить какую-либо схематизацию случайных процессов, вносящую основную долю погрешностей в расчетах на долговечность, кроме того, представление процесса нагружения объекта с помощью параметров процесса позволяет решать задачи ресурса на стадии проектирования.

На основе исследований ряда сплавов при гармоническом, полигармоническом с близкими частотами, случайном узкополосном и широкополосном нагружениях, а так же смесей этих процессов установлено, что с точки зрения влияния на долговечность любой из них может быть представлен тремя параметрами: математическим ожиданием напряжений  $\sigma_m$  отражающим статическое смещение процесса нагружения объекта (например, под действием установленного груза); средним квадратичным отклонением (СКО) напряжений  $S$  характеризующим интенсивность динамического нагружения; параметром структуры процесса -  $G$  - интегрально оценивающим вероятностное соотношение ординат и максимумов процесса [1,2]. Время воздействия на объект представляется числом пересечений центрированным процессом нулевого уровня с заданным знаком производной -  $N_0$ , которое легко определяется с помощью эффективной частоты. Представление случайных и других видов процессов с помощью отмеченных параметров позволяет описать результаты усталостных испытаний,

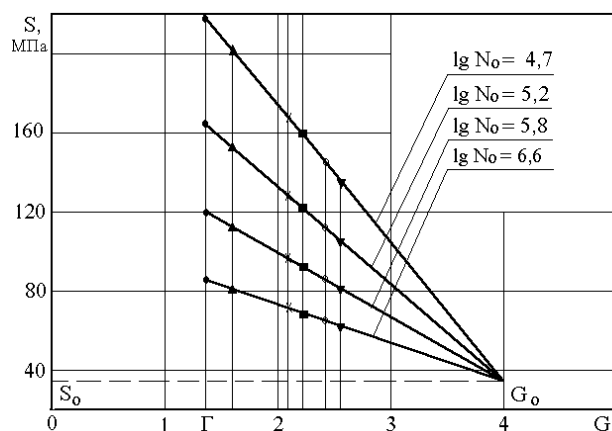


Рис. 1

полученных при гармоническом, полигармоническом, случайном и смешанном нагружениях, в виде обобщенной диаграммы рис.1. Здесь представлены характеристики сопротивления усталости образцов сплава АМг-б1; • - гармоническое нагружение;  $\Delta$  - биение; случ.+гарм.:  $S_{Г}/S=2(x)$ ;  $S_{Г}/S=5(★)$ ;  $S_{Г}/S=1(\square)$ ; случайное узкополосное  $G = 2,56(\nabla)$ .

Эта диаграмма показывает, что связь между интенсивностью динамического нагружения  $S$ , структурой процесса  $G$  для фиксированных долговечностей -

$\lg N_0$  линейна. Линии равных долговечностей сходятся в полюсе диаграммы  $G_0$ , который для всех материалов колеблется в пределах  $G_0 = 3,8...4,3$  и принимается постоянным  $G_0 = 4$ . Аналитическая аппроксимация обобщенной диаграммы представляется формулой

$$\overline{\lg N_{oi}} = A_r - B \lg \left\{ Q_i^{2/B} \left[ \frac{Q_i(1 + \psi_{\mu i})}{Q_i \pm t_q v_{sr}} S_{\mu i} - S_0 \right] \right\} \quad (1)$$

где  $\overline{\lg N_{oi}}$  - среднее значение логарифма долговечности;  $A_r$  - параметр, определяемый на основе усталостных испытаний;  $B$  - параметр, величина которого оценивается с помощью предела прочности  $\sigma_B$ ,  $B = \alpha_0 cth(0.0026\sigma_B)$ ;  $\alpha_0$  - коэффициент, зависящий от вида нагружения и выбранного критерия разрушения.

$Q_i = [(G_0 - G_r)/(G_0 - G_i)]^{B/2}$  - коэффициент изменения структуры процесса;  $G_r = 1,414$  - параметр структуры гармонического процесса;  $G_i$  - параметр структуры действующего процесса;  $(1 + \psi_{\mu i})$  - ядро, учитывающее асимметрию процесса

$\eta = S_m / s_{\eta}$ , вызванную действием математического ожидания напряжений  $\sigma_m$ ;  $\psi_s$  - коэффициент чувствительности материала к асимметрии;  $Q_i / (Q_i + t_q v_{sr})$  - ядро учета рассеивания;  $t_q$  - квантиль вероятности, с которой учитывается коридор рассеивания;  $v_{sr}$  - коэффициент вариации пределов ограниченной выносливости;  $S_{\eta}$  - СКО напряжений асимметричного процесса;  $S_0$  - второй параметр полюса диаграммы, соответствующий долговечности  $N \rightarrow \infty$  и представляющий собой предел выносливости при бесконечно большой базе.

Простота связи параметров обобщенной диаграммы и ограниченное число переменных ( $A_r$  и  $S_0$ ) позволяют прогнозировать характеристики сопротивления усталости для произвольного нагружения по данным стандартных гармонических испытаний на усталости (т.е. для построения обобщенной диаграммы достаточно получить результаты гармонических испытаний).

Таким образом, если известны параметры процесса нагружения объекта:  $\sigma_m, S, G$ , то с помощью обобщенной диаграммы для него может быть найдено предельное состояние и параметры рассеивания. Накопленные повреждения от процесса за число циклов  $n_0(\sigma_m, S, G)$  оценивается путем сопоставления с предельным  $N_0(\sigma_m, S, G)$ , найденным по обобщенной диаграмме (1). При действии одного случайного процесса ошибка прогнозирования среднего числа циклов до повреждения для легких сплавов типа АМг-6, 01420... не превышала 10%...15% при сохранении величины коэффициента вариации пределов ограниченной выносливости  $v_s$ .

Если в ходе эксплуатации случайные процессы нагружения, вследствие изменения условий движения, меняют свои параметры, то требуется введение гипотезы накопления повреждений. Для суммирования повреждений от отдельных процессов в целом воспользуемся моделью вида

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_{oi}(\sigma_{mi}, S_i, G_i)}{N_{oi}(\sigma_{mi}, S_i, G_i)} = 1 \quad (2)$$

на базе которой с учетом обобщенной диаграммы усталости (1) и связью числа нулей процесса нагружения с его эффективной частотой и относительной долей в эксплуатации, получены расчетные зависимости для ресурса с учетом заданной вероятности разрушения

$$T_p = 10^{Ar} / \sum_{i=1}^k \zeta_i f_{ei} Q_i^2 \left( K_i S_i \frac{\alpha_\sigma}{K_\sigma} - S_o \right)^B \quad (3)$$

при условии  $K_i S_i (\alpha_\sigma / K_\sigma) > S_o$ . В случае  $K_i S_i (\alpha_\sigma / K_\sigma) = S_o$   $T_p \rightarrow \infty$ . Здесь  $V = \tau_i / T$ ;  $\tau_i$  - время  $i$ -го режима нагружения;  $T$  - период эксплуатации;  $f_{ei}$  - эффективная частота  $i$ -го процесса;  $K_i = Q_i (1 + \psi_{\mu i}) / Q_i \pm t_q v_s$  - ядро, учитывающее асимметрию процесса и рассеивание долговечностей;  $a_s$  - теоретический коэффициент концентрации напряжений;  $K_\sigma$  - эффективный коэффициент концентрации.

Исследование траектории накопления повреждений согласно формуле (2) для различных вероятностей повреждения показало (рис.2), что область возможного разрушения объекта  $AB$  существенно зависит от программы нагружения. При наличии в программе уровней СКО напряжений, близких к пределу выносливости  $S_o$ , может

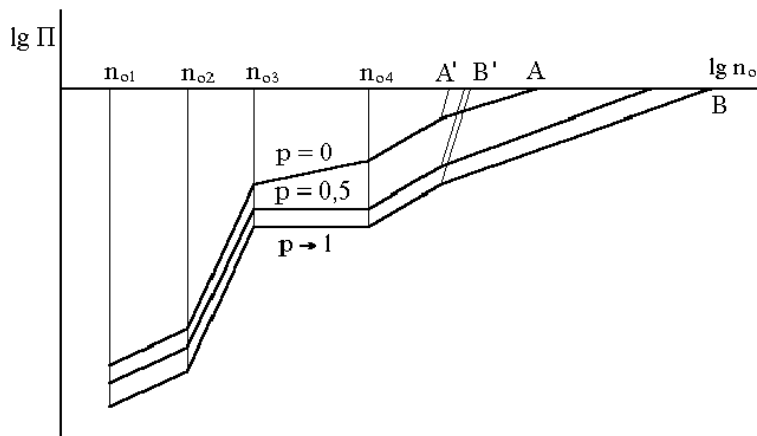


Рис. 2.

приводить к тому, что для средних и высоких вероятностей разрушения (например,  $P = 0,5$  и выше) накопления повреждений может не происходить. В этом случае область разрушения  $AB$  существенно расширяется, а плотность распределения долговечностей становится несимметричной со смещением экстремальной точки как к правой, так

и к левой границам распределения. Этот случай наиболее распространен для машин длительного пользования (например, транспортных), где действующие СКО напряжений близки к пределу выносливости.

Работу вероятностного метода можно проиллюстрировать на примере сравнения расчетного ресурса для различных вероятностей повреждения образцов легкого сплава АМг-6 и стали ЭП-630, испытанных при действии суммы случайных процессов различной интенсивности, и экспериментальных точек, соответствующих разрушению образцов от нагрузочных режимов. Плоские образцы указанных материалов подвергались консольному изгибу на электродинамических установках с автоматическим поддержанием реализуемого случайного процесса. Программа чередования различных процессов в ходе эксперимента многократно повторялась (см. табл.1).

Данные экспериментальных исследований и программы нагружения приведены в табл.1. Результаты расчета ресурса для вероятностей  $P = 0$ ;  $P = 0.5$  и  $P \rightarrow \infty$ , проведенные по формуле (3), представлены в табл.2.

Сопоставляя результаты расчета и эксперимента, отметим, что граничные значения ресурса, соответствующие  $P = 0$  и  $P \rightarrow 1$ , включают в себя большинство экспериментальных значений долговечностей. Отклонение из 40 экспериментальных значений имеют два образца IV-й программы материала АМг-6, два образца программы I и один образец программы IV материала ЭП-630. Величина отклонения по долговечности не превышает 40%, что может быть объяснено внутренними дефектами образцов, ограниченным объемом экспериментов, а так же некоторым несовершенством

модели суммирования. Среднее значение накопленных повреждений в экспериментах составляло  $\bar{\Pi} = 0.9$  при принятом расчетном значении  $\bar{\Pi} = 1$ .

Таблица 1

Ма- те- ри-ал	N прогр ам- мы	Параметры программы				Время разрушения образцов					
		N ст.	$\tau$ , с	$S_i$ , МПа	$f_e$	1	2	3	4	5	6
АМг -6	1	1	160	130		2100	2070	1800	1080	1800	2220
		2	80	149							
	2	1	90	70	42	3360	2640	2760	2460	2640	2340
		2	120	110							
		3	90	150							
	3	1	160	110	41	2880	2700	2190	1710	2190	2580
2		80	150								
4	1	95	58	41	5100	4980	4860	4380	1890	2920	
	2	95	94								
	3	95	130								
	4	95	148								
	5	95	112								
	6	95	76								
	7	95	40								
5	1	90	131	38	720	840	900	960	1140	1320	
	2	60	119.9								
ЭП- 6630	1	1	300	257.9	47	5100	3300	7680	5940	9780	4030
		2	300	343.8							
		3	300	171.9							
	2	2	300	343.8	47	5550	7260	7320			
		1	300	257.9							
		3	300	171.9							
	3	3	300	171.9	47	6060	8700	1392			
		2	300	343.8							
		1	300	257.9							
	4	1	300	257.9	47	3300	1320	792			
		2	300	343.8							
		3	300	171.9							

Таблица 2

Материал	N про- грам мы	Расчетные значения ресурса в с.			Коэффициенты уравнения обобщенной диаграммы
		P = 0	P = 0,5	P→1	
АМг-6	1	1087	2728	7104	$A_T = 12.054$ $B = 3.534$ $S_0 = 82.5$ МПа $v_s = 0.08$ Для $\alpha_\sigma = 2.1$ $A_T = 12.06$ $B = 3.675$ $S_0 = 58.19$ МПа $v_s = 0.141$
	2	1798	4363	10724	
	3	1562	3859	9637	
	4	3008	7625	19940	
	5	199	715	2475	
ЭП-630	1	4825	12823	33734	
	2	5145	13670	35958	
	3	5145	13670	35958	
	4	5145	13670	35958	

Таким образом:

- предложенный континуальный метод оценки ресурса позволяет производить необходимые расчеты, минуя методы схематизации случайных процессов, что особенно важно на стадии проектирования;
- метод позволяет строить вероятностные области разрушения, позволяющие установить нижнюю границу, соответствующую гарантированному ресурсу, оценивать диапазон возможного разброса экспериментальных данных;
- при нестационарном процессе нагружения суммирование повреждений от процессов позволяет получить надежные оценки области разрушения объектов.

## Литература

1. Гриненко Н.И., Шефер Л.А. Спектральный метод оценки усталостной долговечности при действии случайных нагрузок // Проблемы прочности. - 1976. - N 1. - с.19-22.
2. Завалич И.Г., Шефер Л.А. Прогнозирование усталостной долговечности на основе характеристических параметров процессов нагружения // Проблемы прочности. - 1982. - N 10. - с.25-30.