Семейство структурных моделей для описания деформирования и разрушения материалов различного типа

Д.А.Гохфельд, О.С.Садаков

Челябинский государственный технический университет

Закономерности неупругого повторно-переменного деформирования и разрушения изучены наиболее полно для конструкционных сталей и сплавов. Расширяющееся применение новых материалов и технологий делает необходимой разработку моделей, позволяющих отразить специфические деформационные и прочностные свойства, характерные для сред различного типа. Анализ показывает, что в качестве общей основы с этой целью целесообразно использовать структурную модель, в основе которой лежит концепция микронеоднородности реальных материалов. Таким путем в рассмотрение вводятся самоуравновешенные микронапряжения, эволюция которых в процессе деформирования имитирует память материала об истории предшествовавшего нагружения. Отсюда следует возможность моделирования, без использования каких-либо дополнительных средств, комплекса закономерностей, проявляющихся при разнообразных программах нагружения. Внешне они довольно разнообразны, но имеют общее происхождение и объединены термином "деформационная анизотропия".

Другая особенность структурной модели состоит в том, что на ее основе удалось обосновать возможность совместного описания процессов неупругого деформирования любого типа – как вязкого, так и пластического, причем пластичность представляется как предельный частный случай ползучести. Следовательно, закономерности деформационной анизотропии являются общими для обоих процессов, и вопрос о их взаимовлиянии решается наиболее естественным образом.

Однако реальные материалы, относящиеся к различным группам (металлы; малопластичные материалы типа графит, керамика, бетон; полимеры; композиты и др.), кроме деформационной анизотропии, которая является их общим свойством, отличаются многими частными, специфическими закономерностями деформирования и разрушения. Ниже рассматриваются варианты структурной модели, позволяющие отразить физическую анизотропию и разносопротивляемость; изотропное упрочнение; влияние прогрессирующего микроразрушения материала на его реологические свойства и отсюда, на макроразрушение; зависимость тепловой деформации образца от истории его теплового и механического нагружения; свойство памяти формы.

Речь идет о разработке семейства структурных моделей, каждая из которых строится применительно к комплексу закономерностей, проявляемых материалами той или иной группы. Для каждой из моделей возможны упрощения, исключающие какое-либо свойство - в зависимости от его относительного значения; таким путем любой из вариантов модели может быть, в конечном итоге, сведен к наиболее простому, базовому.

1. Базовая структурная модель

В соответствии со структурной моделью среды (на Западе обычно используют термины композитная, слоистая, фракционная) предполагается, что каждый элемент объема состоит из набора подэлементо (ПЭ),имеющих одинаковые полные деформации $\tilde{e} = e$ (в общем случае тензоры), температуры $\tilde{T} = T$, модули упругости $\tilde{E} = E$, $\tilde{G} = G$, и коэффициенты теплового расширения (к.т.р.) $\tilde{a} = a$, но отличающиеся реологические функции $\tilde{\Phi}$, каждая из которых определяет зависимость скорости ползучести от индивидуального напряжения ПЭ $\tilde{\sigma}$ и температуры. В рассматриваемом варианте модели используется допущение о подобии реологических свойств ПЭ, оно имеет фундаментальное значение, поскольку им предопределяются важные свойства модели (о них будет сказано ниже):

$$\dot{\tilde{p}} = \tilde{\Phi}(\tilde{r}, T) = \Phi(r/z, T) \tag{1}$$

Здесь Φ - реологическая функция материала, определяющая зависимость скорости его установившейся ползучести от температуры; параметр z идентифицирует ПЭ; r - упругая деформация; тильдой отмечены величины, относящиеся к ПЭ.

Система основных уравнений модели в общем случае напряженного состояния может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned}
&\tilde{e}_{ij} = \tilde{r}_{ij} + \tilde{p}_{ij} = e_{ij} = r_{ij} + p_{ij}, \qquad \varepsilon_0 = \rho_0 + \vartheta_0 = \tilde{\varepsilon}_0 \\
&\left(\varepsilon_{ij} = \varepsilon_0 + e_{ij}, \quad r_{ij} = \rho_0 + s_{ij}\right) \\
&\tilde{r}_{ij} = \tilde{s}_{ij}/(2G), \quad \tilde{\rho}_0 = \tilde{\sigma}_0/(3K), \quad \tilde{\vartheta}_0 = \alpha\Delta T = \vartheta_0 \\
&r_{ij} = \langle \tilde{r}_{ij} \rangle, \quad p_{ij} = \langle \tilde{p}_{ij} \rangle, \quad s_{ij} = \langle \tilde{s}_{ij} \rangle \\
&\dot{\tilde{p}}_{ij} = \frac{\tilde{r}_{ij}}{\tilde{r}_e}\Phi(\tilde{r}/z, T), \quad \tilde{r}_e = \left(\frac{1}{2}\tilde{r}_{ij}\tilde{r}_{ij}\right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь ρ_0, σ_0- шаровые составляющие, r_{ij}, s_{ij}, p_{ij} - девиаторы соответствующих тензоров; угловые скобки означают осреднение по всем ПЭ; $\tilde{r}_e$ - интенсивность упругой деформации ПЭ. Заметим, что в качестве основных параметров нагружения рассматриваются деформации, в частности упругая, связанная с напряжением модулем упругости; временное исключение последнего ($E = E(T)$ или $G = G(T)$) упрощает анализ неизотермических процессов.

Таким образом, базовая модель определяется двумя функциями - реологической Ф и функцией неоднородности *f(z)*, характеризующей распределение параметра z по ПЭ; сюда следует добавить параметры упругости *G,K* и теплового расширения α. При идентификации модели с конкретным материалом указанные функции могут быть получены, используя диаграмму деформирования и кривые ползучести (реологическая функция зависит от температуры) [1].

Приведенная система уравнений (2) предполагает, что материал изотропный и циклически стабильный - изначально или после некоторого числа циклов нагружения. Таким образом, модель отражает проявления деформационной анизотропии в наиболее контрастном ("чистом") виде.

В прикладных задачах более удобно исходить из предположения о конечном числе ПЭ; соответственно, вместо тильды величины, относящиеся к ПЭ, отмечены индексом k (k=1,2,...,N); в большинстве случаев требуемая точность описания рассматриваемых процессов достигается при N = 3-6. Каждому из ПЭ присваивается определенный относительный вес q_k; таким образом, функция неоднородности определяется наборами чисел $z_k, q_k \quad (\langle z_k \rangle = 1, \ \langle q_k \rangle = 1)$.

Под базовой структурной моделью понимается также модификация, отличающаяся от рассмотренной наличием идеально упругого ПЭ с весом q_e. Это не меняет свойств модели при умеренных напряжениях, но делает несколько более определенной процедуру идентификации.

При пропорциональном нагружении использование некоторых допущений, обоснованных экспериментально, позволяет свести общую систему соотношений (2) к уравнению состояния, формулируемому непосредственно в макроскопических параметрах

$$\dot{p} = \Phi\left(s r_b, T\right)\left[1 - K\left(S\right)\right] \tag{3}$$

Это уравнение справедливо на любом этапе повторно-переменного деформирования, если использовать систему координат с началом в последней поворотной точке траектории нагружения

$$r_* = r - r_n, \qquad e_* = e - e_n \tag{4}$$

Здесь индексом v отмечены координаты указанной точки на плоскости {r,ε};

$S = r_* / e_*, \quad K = \dfrac{dr_*}{de_*}$; - секущий и касательный модули кривой деформирования

$$r_* = kj\left(e_* / k\right) \tag{5}$$

проходящей через точку состояния r_*, e_*. При изотермическом деформировании с заданной скоростью $\dot{e}$, к определяется из

$$k = s - s_n, \quad s = \Phi^0\left(\dot{e}, T\right) \tag{6}$$

где Φ^0- функция, обратная реологической по первому аргументу. Система уравнений (3)-(6), дополненная правилами образования поворотных точек и их исключения из памяти моделируемого материала, получила название п р и н ц и п а п о д о б и я. Последний отражает комплекс закономерностей подобия и может рассматриваться как развитие и широкое обобщение известного принципа Мазинга, охватывающее реономные процессы [1].

При непропорциональном нагружении исходные уравнения модели (2) используются непосредственно. Анализ показывает, что модель отражает известные особенности такого нагружения, поскольку они также представляют проявления деформационной анизотропии.

Как показали эксперименты, соответствие модели реальным свойствам материалов как при пропорциональном, так и при непропорциональном нагружении достаточно хорошее.

2. Циклическая ползучесть и циклическая релаксация

Допущения, принятые при формулировке принципа подобия, исключают возможность смещения петли гистерезиса. Потребовался дополнительный анализ, который позволил получить предельное, т.е. достигаемое асимптотически, накопление деформации (при мягком нагружении), или найти условия, при которых это накопление будет неограниченно расти (последнее относится лишь к случаю, когда q_e=0). Получено также приближенное решение, позволяющее построить кривую циклической ползучести.

Заметим, что, как следует из структурной модели, смещение петли гистерезиса при пропорциональном деформировании является проявлением реономных свойств. У циклически стабильных материалов циклические ползучесть и релаксация возникают лишь при несимметричных циклах. Существенно, что при неизотермическом нагружении (у разносопротивляющихся материалов - и при изотермическом) понятие симметрии становится нетривиальным.

Другой механизм, чисто пластический, возможен только при непропорциональном нагружении; в этом случае ползучесть, если она проявляется, играет усиливающую (но не определяющую) роль в возникновении соответствующих эффектов.

3. Физическая анизотропия и разносопротивляемость

При описании процессов деформирования изотропного тела (характеризующегося сферической симметрией свойств) как в упругой, так и в неупругой области, каждый из тензоров напряжений и деформаций (скоростей деформаций) удобно разложить на два базовых тензора - шаровой тензор и девиатор: при этом соответственные базовые тензоры оказываются пропорциональными, т.е. связаны между собой множителями; последние при упругом деформировании - константы. Аналогичные разложения возможны и при различных типах анизотропии, однако при большем числе базовых тензоров. При кубической симметрии (ортоизотропия, такой тип симметрии характерен, например, для сталей, полученных с использованием технологии направленной кристаллизации) имеется три базовых тензора. При трансверсальной изотропии их оказывается уже пять. Соответствующие тензорные операции, на которых мы здесь не останавливаемся [2,3], позволяют получить требуемые соотношения для любого типа анизотропии.

При моделировании каждый ПЭ, полагают, как обычно, идеально вязким, и наделяют анизотропией рассматриваемого типа. Скорости неупругой деформации определяются потенциалом ползучести; в общем случае поверхности равных потенциалов представляются эллипсоидами в пространстве напряжений. Мы не касаемся здесь подробностей, поскольку эта проблема рассматривается в докладе В.Н.Мадудина. Заметим, что структурная модель представляет, по-видимому, уникальную возможность (другие нам неизвестны) для совместного описания физической и деформационной анизотропии.

Графит, характеризуются, кроме обычной анизотропии, близкой к транверсальной изотропии, разносопротивляемостью; последнюю можно интерпретировать как анизотропию по отношению к знаку вектора, определяющего направление движения по траектории нагружения. При одноосном нагружении эту особенность можно отразить множителем в аргументе реологической функции

$$y = H(s) + cH(-s), \quad c = s_b^{-}/s_b \tag{7}$$

(H - функция Хевисайда).

В общем случае нагружения разносопротивляемость можно интерпретировать как смещение поверхностей равных потенциалов ползучести в сторону сжатия

$$\dot{p}_{ij} = \frac{\P}{\P s_{ij}} y\left(r_{eq}\right), \quad r_{eq} = \left(r_{ij} r_{ij} - a_{ij} r_{ij}\right)^{1/2} \tag{8}$$

(a_{ij} - тензор сдвига). В качестве обоснования здесь учтено, что поверхность разрушения, при испытаниях на одновременное растяжение (сжатие) и кручение графита имеет аналогичную форму.

4. Изотропное упрочнение

При описании изотропного упрочнения, как и в случае физической анизотропии, необходимо, чтобы каждый ПЭ был наделен этим свойством. Если ограничиться пропорциональным нагружением, для описания изотропного упрочнения следует надлежащим образом изменить аргумент реологической функции (см. (2)):

$$\dot{\tilde{p}} = \frac{\tilde{r}_{ij}}{\tilde{r}_e}\Phi\left(\tilde{r}_e/(\tilde{a}z), T\right) \tag{9}$$

при этом, по-видимому, наиболее физически обоснованным является предположение о том, что функция зависит от параметра Одквиста и температуры:

$$d\tilde{a} = \tilde{y}\left(\tilde{\text{Í}}, T\right)d\tilde{\text{Í}} = y\left(\tilde{\text{Í}}/z, T\right)d\tilde{\text{Í}}, \quad d\tilde{\text{Í}} = \left(\frac{1}{2}d\tilde{p}_{ij}d\tilde{p}_{ij}\right)^{1/2} \tag{10}$$

Здесь принято, что функции упрочнения ПЭ подобны некоторой общей функции ψ, а идентифицирующий параметр *z*, как и в (1), играет роль коэффициента подобия.

У упрочняющихся материалов $y > 0$, но обычно $y' < 0$, т.е. с ростом числа циклов нагружения ψ приближается к нулю. В случае разупрочнения $y < 0$. При индификации модели (9), (10) функция упрочнения определяется по данным специальных испытаний [1,4]. Реально изотропное упрочнение является частично обратимым, это особенно заметно при повышенной температуре и зависит от продолжительности ее действия. Таким образом, стабилизацию диаграммы можно рассматривать как своеобразное равновесие двух процессов, происходящих в противоположных направлениях; увеличение амплитуды деформации влечет дополнительное упрочнение, а рост длительности выдержки в цикле - изменения, направленные в сторону возврата к исходным характеристикам материала.

При непропорциональном нагружении упрочнение зависит от типа траектории деформирования ([5]). Наибольшая степень упрочнения достигается при круговой траектории, последующий переход на линейную траекторию приводит к частичному "возврату.

5. Зависимость тепловой деформации от истории нагружения

Некоторые материалы, например графит, обнаруживают любопытное свойство: тепловая деформация незакрепленного образца зависит от предшествовавшего ей нагружения- как механического, так и теплового. Естественно связать это свойство с анизотропией зерен графита. В частности,как известно из физических исследований, к.т.р. зерна в различных направлениях отличаются весьма значительно. Поскольку в образце ориентация зерен неодинакова, можно говорить о неоднородности распределения к.т.р. по любому сечению. В структурной модели такую неоднородность можно имитировать, отказавшись от принятого в (1) предположения о том, что $\tilde{a} = a$. При идентификации модели распределение к.т.р. по ПЭ можно определить одним из двух способов: по данным физических исследований свойств зерен графита и их ориентации в образце, либо используя разработанную процедуру испытания макрообразцов. Результаты получаются близкими, оба варианта практически одинаково отражают влияние истории нагружения на тепловую деформацию и находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментом. Влияние истории нагружения на тепловую деформацию связано с возникновением тепловых микронапряжений, взаимодействующих с полем микронапряжений, вызванных предшествующими воздействиями.

6. Влияние накопленного повреждения на реологию

Это влияние особенно сильно проявляется у графита, оно связано с развитием микротрещин в связующем данного, по существу композитного материала. Процесс микроразрушения начинается в нем практически с самого начала рагружения, что подтверждается акустической эмиссией. Он идет параллельно с разупрочнением и ведет к постепенному изменению кривых деформирования в полуциклах и ускорению ползучести, которая при статическом нагружении графита малозаметна. Накопление деформации, в свою очередь, приближает разрушение; в цикле, контролируемом по напряжению оно имеет характер квазистатического.

Математическое описание взаимодействия деформирования и разрушения в графите потребовало перехода к структурной модели двухфазной среды. Подэлементы, отражающие поведение вязкой составляющей (зерна графита), наделены обычными реологическими свойствами, с учетом разносопротивляемости (7) и изотропного разупрочнения ($y < 0$); введен упругий ПЭ (вес q_e),разрушающийся в процессе циклического деформирования. Он имитирует образование и развитие трещин (приводящее к постепенному падению модуля упругости) и их "игру": трещины, образующиеся при растяжении, "захлопываются" в процессе сжатия, и наоборот. Таким путем удается описать специфические формы петель гистерезиса, наблюдаемые при испытаниях графита - серповидную и S-образную. Разрушение упругого ПЭ приводит к росту нагрузки на вязкие и заметному увеличению скорости ползучести.

7.Температурная память формы

Обычно для описания деформационных свойств полимеров, их основной особенности - вязкоупругости, наиболее подходящей считают наследственную теорию упругости. С этой целью с успехом можно использовать и структурную модель среды, в час. Некоторые виды полимеров, называемые термопластами (термически разупрочняющиеся пластики), обнаруживают специфическое свойство- способность изделия восстанавливать начальную форму, измененную при деформировании, после определенного повышения температуры. Известно, что тем же свойством обладают и некоторые сплавы.

Анализ показывает, что для отражения данного эффекта в рамках структурной модели достаточно отказаться от принятого в ее базовом варианте (п.1) предположения о подобном изменении реологических функций ПЭ по температуре. При этом принимается, что реологическое поведение ПЭ зависит от его температуры витрификации (стеклования), определяющей нижнюю границу вязкого деформирования: при $T < T_n \quad \dot{\tilde{p}} = 0$. Естественно, что введение еще одного параметра, идентифицирующего ПЭ (кроме известного уже параметра z), ведет к определенному усложнению модели и процедуры ее идентификации. Реологические функции ПЭ удобно считать подобными по первому аргументу (см.(1)), но отсутствие подобия по второму приводит к непрерывному изменению распределения параметров при неизотермическом нагружении.

Для качественной иллюстрации эффекта памяти температурной формы можно использовать упрощенный вариант модели, в котором предполагается,что при $T > T_n$ подэлемент теряет способность сопротивляться деформированию ($\dot{\tilde{p}} = 0/0$).

Данная работа является частью проекта, выполняемого при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-01-00230а)

Литература

1. Гохфельд Д.А., Садаков О.С. Пластичность и ползучесть элементов конструкций при повторных нагружениях.- М.: Машиностроение , 1984.- 256с.
2. Sadakov O.S., Madudin V.N., Apajchev M.V. On the state equations for anisotropic elasto-visco-plastic bodies. In: Creep in structures. M.Zyczkovski,Ed.Springer-Verlag,1991.P.179-185. 3. Gokhfeld D.A., Sadakov O.S., Cherniavsky O.F. Related mathematical models for solids and structures deformation and failure processes under repeated loading. In: Inelastic response of structures under variable loads. Kluwer Acad. Press,1995.
4. Мадудин В.Н., Садаков О.С. К использованию структурной модели для отражения деформационных свойств циклически нестабильной реономной среды.- В кн.: Динамика и прочность конструкций. Сб.трудов N 201.- Челябинск: ЧПИ, 1977.- С.46-48.
5. Апайчев М.В., Иванов И.А., Понькин А.В. Моделирование эффектов изотропного упрочнения при непропорциональном циклическом нагружении. Проблемы прочности.- 1991.-N 7.- С.47-51.
6. Гохфельд Д.А., Лежнев С.В., Швецов А.Г. Деформирование и разрушение графитовых материалов при повторных нагружениях.- Заводская лаборатория,т.55,7,1989.С.55-62.