

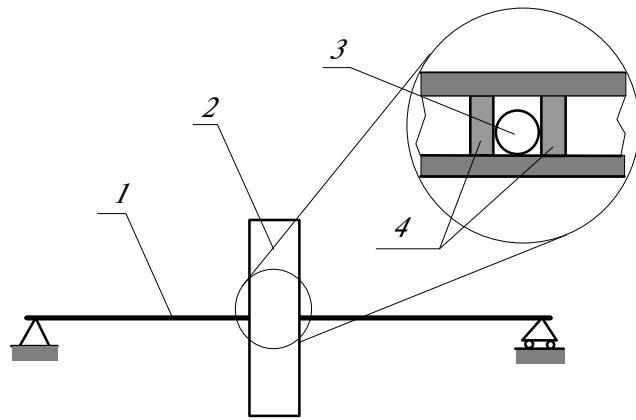
Исследование колебаний гибкого ротора с ударным виброгасителем на нестационарных режимах вращения

Зеленков Ю.А.

(г. Рыбинск)

Одной из основных проблем машиностроения в настоящее время является задача снижения вибраций, вызываемых неуравновешенностью вращающихся деталей. Для уменьшения таких вибраций используют демпфирование колебаний с помощью упругих опор, автоуравновешивающие механизмы и т.д. В данной работе исследуется эффективность использования для этих целей устройства, действие которого основано на рассеивании энергии за счет ударных взаимодействий [1]. Действие виброгасителей такого класса в различных машиностроительных конструкциях описано в работе [2]. Они отличаются простотой и высокой эффективностью гашения вибраций на различных частотах возбуждения.

Рассмотрим (см. рис.1) движение гибкого вала 1, несущего неуравновешенный диск 2, расположенный симметрично относительно опор. Вал является полым и внутри него расположен виброгасящий элемент 3 (металлический шарик), имеющий возможность перемещаться только в плоскости вращения диска, соударяясь со стенками вала. Через D обозначено расстояние между геометрическими центрами вала и виброгасящего элемента в момент, когда последний касается стенки вала. Горизонтальные перемещения шарика вдоль оси вала ограничены специальными ограничителями 4. В конструкции рассматриваемого ударного виброгасителя предусмотрено также устройство, жестко фиксирующее виброгасящий элемент вблизи геометрического центра системы диск-вал на малых скоростях вращения, когда колебания еще недостаточно сильны, чтобы вызвать соударения. Шарик освобождается при достижении валом заданной скорости вращения. Конкретная реализация конструкции данного механизма подробно описана в [1].



Система уравнений (1), приближенно описывающая движение такого вала с неуравновешенным диском, имеет вид [3]:

$$\begin{aligned} \bar{m} \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} + \bar{c}_1 (\bar{x} - \bar{x}_1) &= \bar{c}_1 \bar{e} \cos j, & \bar{m} \frac{d^2 \bar{y}}{dt^2} + \bar{c}_1 (\bar{y} - \bar{y}_1) &= \bar{c}_1 \bar{e} \sin j, \\ \bar{m}_1 \frac{d^2 \bar{x}_1}{dt^2} - \bar{c}_1 (\bar{x} - \bar{x}_1) + \bar{c}_2 \bar{x}_1 &= -\bar{c}_1 \bar{e} \cos j, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\bar{m}_1 \frac{d^2 \bar{y}_1}{d\bar{t}^2} - \bar{c}_1 (\bar{y} - \bar{y}_1) + \bar{c}_2 \bar{y}_1 = -\bar{c}_1 \bar{e} \sin j$$

$$(\bar{J}_1 + \bar{J}_2) \frac{d^2 j}{d\bar{t}^2} + \bar{c}_1 \bar{e} [(\bar{x} - \bar{x}_1) \sin j - (\bar{y} - \bar{y}_1) \cos j] = \bar{M}_1(\bar{t})$$

Здесь $\bar{x} = x / \lambda$, $\bar{x}_1 = x_1 / \lambda$, $\bar{y} = y / \lambda$, $\bar{y}_1 = y_1 / \lambda$, $\bar{t} = t m^\dagger / \lambda^2$, $\bar{m} = m / M$, $\bar{m}_1 = m_1 / M$, $\bar{c}_1 = c_1 / c_*$, $\bar{c}_2 = c_2 / c_*$, $\bar{e} = e / \lambda$, $\bar{J}_1 = J_1 / M \lambda^2$, $\bar{J}_2 = J_2 / M \lambda^2$, $\bar{M}_1(\bar{t}) = M_1(t) \lambda^2 / M m^\dagger$, $m^\dagger = EJ / JS$, $c_* = EJ / \lambda^3$, t время, S площадь поперечного сечения вала, E модуль Юнга, J плотность материала вала, J момент инерции поперечного сечения вала, l его длина, M масса вала, m масса диска, J_1, J_2 моменты инерции диска и вала относительно осей, проходящих через их центры масс соответственно, $M_1(t)$ вращающий момент, подводимый к валу от внешнего источника энергии, x, y координаты центра масс диска в неподвижной системе координат Oxy (O след оси опор вала), x_1, y_1 смещения масс m_1 от положений, при которых упругие элементы системы, изображенной на рис. 2, не деформированы, а геометрический центр диска A находится в начале системы координат Oxy , $e = |AC|$ эксцентриситет (центр масс диска находится в точке C), j угол поворота вала.

Эти уравнения получены при замене действия вала на диск действием двух механических систем, каждая из которых состоит из последовательно соединенных $n + 1$ линейных жесткостей и n масс (рис.2). Значения масс и жесткостей определяются из условия максимальной близости динамической податливости вводимой системы к динамической податливости вала, представленного балкой с распределенными параметрами. Такая модель точно учитывает n первых собственных частот реальной системы и приближенно все остальные. В работе [3] показано, что подобный подход уже при $n = 1$ обеспечивает значительное увеличение точности расчетов по сравнению с моделями, не учитывающими инертность вала, и в то же время остается достаточно простым, позволяя получить решение в замкнутом виде. Механическая система, используемая здесь имеет параметры: $n = 1$, $m_1 = 0.5M$, $c_1 = 3319c_*$, $c_2 = 48.704c_*$.

Систему (1) необходимо дополнить уравнениями, описывающими плоское движение виброгасящего элемента внутри полости вала. Т.к. на него не действуют никакие силы, кроме сил тяжести, эти уравнения будут иметь вид:

$$\frac{d^2 \bar{x}_0}{d\bar{t}^2} = \bar{g}, \quad \frac{d^2 \bar{y}_0}{d\bar{t}^2} = 0, \quad \frac{d^2 j_0}{d\bar{t}^2} = 0 \quad (2)$$

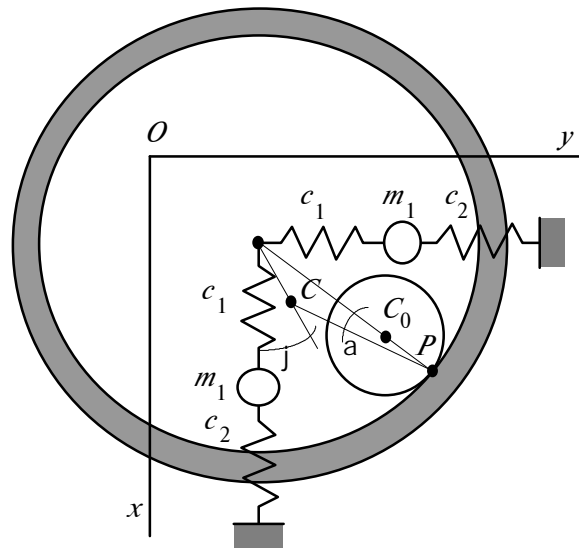


Рис.2

где $\bar{x}_0 = x_0 / \lambda$, $\bar{y}_0 = y_0 / \lambda$, $\bar{g} = g\lambda^3 / m^4$; x_0, y_0 — координаты центра масс шарика в системе координат Oxy , j_0 — его угол поворота, g — ускорение свободного падения.

Движение рассматриваемой механической системы можно разбить на отдельные этапы между соударениями. Первый этап ($0 \leq \bar{t} \leq \bar{t}_1$) соответствует совместному движению вала с диском и виброгасящего элемента. Этот этап продолжается до тех пор, пока вал в момент времени \bar{t}_1 не достигнет заданной частоты вращения ω_1 и виброгасящий элемент не будет освобожден. Движение системы на первом этапе описывается уравнениями (1), в которых нужно заменить \bar{m} на $\bar{m} + \bar{m}_0$, где $\bar{m}_0 = m_0 / M$, m_0 — масса виброгасящего элемента. При этом величину J_1 следует рассматривать как момент инерции диска и виброгасящего элемента жестко связанного с ним. Второй этап движения ($\bar{t}_1 \leq \bar{t} \leq \bar{t}_2$) заканчивается ударом виброгасящего элемента о стенки вала. Третий и дальнейшие этапы соответствуют движению этого элемента между последовательными ударами о стенки вала. На втором и следующих этапах движение описывается уравнениями (1),(2). Условие окончания каждого из этих этапов (условие соударения) имеет вид:

$$\sqrt{(x - x_0 - e \cos j)^2 + (y - y_0 - e \sin j)^2} = D.$$

Дополнительная сложность исследований заключается в том, что ввиду смещенности центра масс диска от его геометрического центра при ударе виброгасящего элемента о стенку вала центры масс соударяющихся деталей не лежат на одной прямой, т.е. возникают внецентренные удары (см. рис. 2, где P — точка соприкосновения при ударе, C_0 — центр масс виброгасящего элемента).

В работе [4] рассмотрена задача об ударе тела о неподвижную поверхность с учетом действия сил трения. Полученные там результаты можно обобщить на случай внецентренного соударения двух тел, которые в дальнейшем будем именовать тело 1 и тело 0. Центры масс этих тел обозначим точками C и C_0 соответственно, точку их соприкосновения обозначим P . Введем также следующие переменные: \bar{U}, \bar{U}_0 — проекции на направление общей касательной к поверхностям тел в точке P скоростей точек C и C_0 , \bar{V}, \bar{V}_0 — проекции этих же скоростей на направление нормали к общей касательной. Обозначим t_- — момент соприкосновения тел, t_* — момент наибольшего сближения и t_+ — момент отрыва тел друг от друга. Согласно [4] может существовать три варианта внецентренного удара в зависимости от характера изменения скорости относительного проскальзывания ($u_{p0} - u_p$) за время удара (u_{p0}, u_p — проекции скоростей точки P тела 0 и точки P тела 1 на направление общей касательной к поверхностям тел):

1. Скользящий удар — скорость относительного проскальзывания внутри интервала удара не изменяется по направлению, т.е. $\text{sign}(u_{p0} - u_p) = \text{const}$.
2. Нескользкий удар первого рода — относительное проскальзывание имеет место только внутри интервала (t_-, t^*) , причем момент окончания скольжения t^*

принадлежит интервалу (t_*, t_+) восстановления нормальной составляющей скорости, на заключительной стадии удара при $t \in (t^*, t_+)$ имеет место равенство $u_P = u_{P0}$.

3. Нескользкий удар второго рода момент окончания проскальзывания t^* принадлежит интервалу увеличения ударной деформации (t_-, t_*) , а при $t \in (t^*, t_+)$ $u_P = u_{P0}$.

Рассмотрим все три типа удара, разбивая при этом каждый удар на участки, границами которых являются моменты времени t_- , t_* , t^* , t_+ . Решая систему уравнений, описывающих импульсивное движение тел, совместно с выражением для связи между касательным фрикционным импульсом и нормальным реактивным импульсом и с соотношением, выражающим гипотезу Ньютона о восстановлении ударного импульса, при соответствующих условиях на границах рассматриваемых участков, подобно тому, как это было сделано в [4], получаем условия возникновения разных типов удара, а также компоненты V_{0+}, U_{0+} скорости центра масс тела 0, компоненты V_+, U_+ скорости центра масс тела 1 и угловые скорости ω_{0+}, ω_+ тел 0 и 1 после удара. Вид удара определяется величиной параметра

$$g = \frac{dv}{du} \times \frac{Z_2}{Z_1},$$

где

$$\begin{aligned} Z_1 &= r^2 r_0^2 (m + m_0) + r^2 m_0 r_0^2 \sin a (\sin a - f \operatorname{sign}(du) \cos a) + \\ &\quad + r_0^2 m r^2 \sin a_0 (\sin a_0 - f \operatorname{sign}(du) \cos a_0), \\ Z_2 &= -f \operatorname{sign}(du) r^2 r_0^2 (m + m_0) + r^2 m_0 r_0^2 \cos a (\sin a - f \operatorname{sign}(du) \cos a) + \\ &\quad + r_0^2 m r^2 \cos a_0 (\sin a_0 - f \operatorname{sign}(du) \cos a_0) \\ dv &= (V_{0-} - V_-) + (\omega_{0-} r_0 \sin a_0 + \omega_- r \sin a), \\ du &= U_{0-} - U_- + \omega_{0-} r_0 \cos a_0 + \omega_- r \cos a; \end{aligned}$$

$V_{0-}, U_{0-}, \omega_{0-}, V_-, U_-, \omega_-$ проекции скоростей центров масс и угловые скорости тел 0,1 в момент времени t_- ; a_0 угол между нормалью к общей касательной в точке P и отрезком PC_0 ; a угол между нормалью к общей касательной и отрезком PC ; $r = |PC|$; $r_0 = |PC_0|$; m_0, m, r_0, r , соответственно массы и радиусы инерции тел 0 и 1; f коэффициент ударного трения, а также условиями

$$dv/Z_1 > 0 \tag{3}$$

и

$$\frac{|m r^2 r_0^2 \sin a_0 \cos a_0 + m_0 r_0^2 r^2 \sin a \cos a|}{[m r^2 (r_0^2 + r_0^2 \cos^2 a_0) + m_0 r_0^2 (r^2 + r^2 \cos^2 a)]} \leq f. \tag{4}$$

При одновременном выполнении условий $g < 1/(1+k)$ и (3) имеет место скользящий удар:

$$V_{0+} = V_{0-} - (1+k) \frac{m\pi^2 r_0^2}{Z_1} dv, \quad U_{0+} = U_{0-} + f \operatorname{sign}(du)(1+k) \frac{m\pi^2 r_0^2}{Z_1} dv,$$

$$V_+ = V_- + (1+k) \frac{m_0 r^2 r_0^2}{Z_1} dv, \quad U_+ = U_- - f \operatorname{sign}(du)(1+k) \frac{m_0 r^2 r_0^2}{Z_1} dv,$$

$$\omega_{0+} = \omega_{0-} - (1+k) \frac{m\pi^2 r_0 R_0}{Z_1} dv, \quad \omega_+ = \omega_- - (1+k) \frac{m_0 r_0^2 r R}{Z_1} dv.$$

При одновременном выполнении условий $1/(1+k) \leq g \leq 1$, (3), (4) имеет место нескользящий удар первого рода

$$V_{0+} = V_{0-} - (1+k) \frac{m\pi^2 r_0^2}{Z_1} dv,$$

$$U_{0+} = U_{0-} + Q(1+k) \frac{m\pi^2 r_0^2}{Z_1} dv + (f \operatorname{sign}(du) - Q) \frac{m\pi^2 r_0^2}{Z_2} du,$$

$$V_+ = V_- + (1+k) \frac{m_0 r^2 r_0^2}{Z_1} dv,$$

$$U_+ = U_- - Q(1+k) \frac{m_0 r^2 r_0^2}{Z_1} dv - (f \operatorname{sign}(du) - Q) \frac{m_0 r^2 r_0^2}{Z_2} du,$$

$$\omega_{0+} = \omega_{0-} - (1+k) \frac{m r^2 r_0 N_0}{Z_1} dv + \frac{m r^2 r_0 (N_0 - R_0)}{Z_2} du,$$

$$\omega_+ = \omega_- - (1+k) \frac{m_0 r_0^2 r N}{Z_1} dv + \frac{m_0 r_0^2 r (N - R)}{Z_2} du.$$

При одновременном выполнении условий $g > 1$, $Z_1/Z_3 > 0$, (3), (4) или условий $g < 0$, $dv/Z_1 > 0$, $Z_1/Z_3 < 0$, (4) имеет место нескользящий удар второго рода:

$$V_{0+} = V_{0-} - (1+k) \frac{m\pi^2 r_0^2}{Z_3} dv - (f \operatorname{sign}(du) - Q)(1+k) \frac{m\pi^2 r_0^2 Z_4}{Z_2 Z_3} du,$$

$$U_{0+} = U_{0-} + Q(1+k) \frac{m\pi^2 r_0^2}{Z_3} dv + (f \operatorname{sign}(du) - Q) \frac{m\pi^2 r_0^2}{Z_2} \left[1 + Q(1+k) \frac{Z_4}{Z_3} \right] du,$$

$$\omega_{0+} = \omega_{0-} - (1+k) \frac{m r^2 r_0 N_0}{Z_3} dv + \frac{m r^2 r_0}{Z_2} \left[(1+k) \frac{N_0 Z_1}{Z_3} - (N_0 + k R_0) \right] du,$$

$$V_+ = V_- + (1+k) \frac{m_0 r^2 r_0^2}{Z_3} dv + (f \operatorname{sign}(du) - Q)(1+k) \frac{m_0 r^2 r_0^2 Z_4}{Z_2 Z_3} du,$$

$$U_+ = U_- - Q(1+k) \frac{m_0 r_0^2 r_0^2}{Z_3} dv - (f \operatorname{sign}(du) - Q) \frac{m_0 r_0^2 r_0^2}{Z_2} \left[1 + Q(1+k) \frac{Z_4}{Z_3} \right] du,$$

$$w_+ = w_- - (1+k) \frac{m_0 r_0^2 r N}{Z_3} dv + \frac{m_0 r_0^2 r}{Z_2} \left[(1+k) \frac{NZ_1}{Z_3} - (N+kR) \right] du.$$

$$\text{Здесь } Z_3 = r^2 r_0^2 (m + m_0) + r^2 m_0 r_0^2 \sin a (\sin a - Q \cos a) + \\ + r_0^2 m r^2 \sin a_0 (\sin a_0 - Q \cos a_0)$$

$$Z_4 = m r^2 r_0^2 \sin a_0 \cos a_0 + m_0 r_0^2 r^2 \sin a \cos a, \quad R_0 = \sin a_0 - f \operatorname{sign}(du) \cos a_0,$$

$$R = \sin a - f \operatorname{sign}(du) \cos a, \quad N_0 = \sin a_0 - Q \cos a_0, \quad N = \sin a - Q \cos a,$$

$$Q = \frac{m r^2 r_0^2 \sin a_0 \cos a_0 + m_0 r_0^2 r^2 \sin a \cos a}{m r^2 (r_0^2 + r_0^2 \cos^2 a_0) + m_0 r_0^2 (r^2 + r^2 \cos^2 a)},$$

k коэффициент восстановления ударного импульса.

Эффективность использования рассматриваемого виброгасителя в значительной степени зависит от его конструктивных параметров, а также от параметров вала. Результаты, полученные выше, позволяют определить наиболее эффективный режим виброгашения. Из анализа системы уравнений (1,2) следует, что ее решение зависит от значения параметров \bar{m} , \bar{e} , $(\bar{J}_1 + \bar{J}_2)$, r , $\bar{D} = D / \lambda$, \bar{m}_0 , \bar{g} , $\bar{r}_0 = r_0 / \lambda$, f , k , $\bar{W}_1 = W_1 \lambda^2 / M^2$, закона изменения вращающего момента двигателя $\bar{M}_1(\bar{t})$. К параметрам настройки виброгасителя можно отнести $\bar{\Delta}$, \bar{m}_0 , \bar{W}_1 . Определение их оптимального сочетания предлагается проводить путем перебора и решения системы (1,2) на ЭВМ.

На рис. 3 представлены кривые изменения угловой скорости $\bar{W} = d\bar{j} / d\bar{t}$ и амплитуды прогиба вала $\bar{a} = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$. На рис. 3(а) приведены результаты расчетов для системы с параметрами $\bar{m} = 0,5$; $\bar{e} = 0,01$; $(\bar{J}_1 + \bar{J}_2) = 0,000156$ при отсутствии гасителя колебаний. При этом вращающий момент на первом этапе движения изменялся по линейному закону $\bar{M}_1(\bar{t}) = 1,2 * 10^{-5} \bar{t}$, после достижения значения $\bar{M}_1 = 0,006$ он оставался постоянным. Как видно из графика в этом случае вал «зависает» (т.е. прекращает разгон) в окрестности первой критической скорости $\bar{W}_{e_{01}} = 6,966$, что сопровождается резким возрастанием амплитуды его колебаний. Это является проявлением эффекта Зоммерфельда [5], когда мощности внешнего двигателя недостаточно для перевода системы через резонанс и вся подводимая энергия расходуется на возбуждение колебаний.

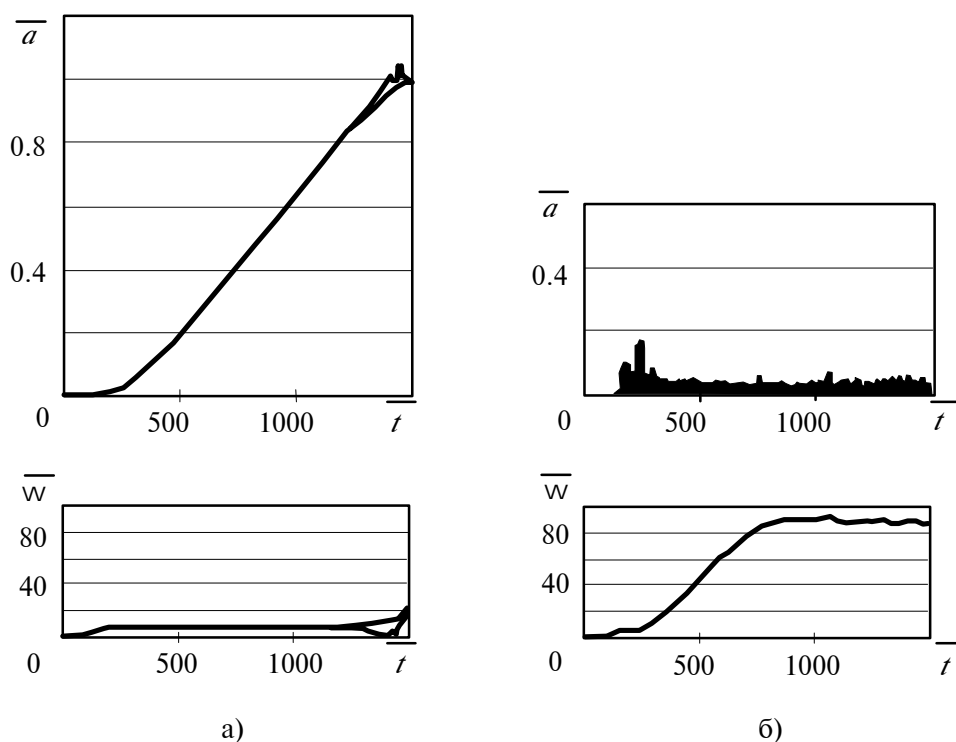


Рис. 3. а) разгон без виброгасителя б) с виброгасителем

На рис. 3(б) приводятся результаты расчетов для такой же системы, но с установленным виброгасителем причем $\bar{\Delta} = 0,02$; $\bar{m}_0 = 0,05$; $\bar{r}_0 = 0,01$; $\gamma = 0,034$; $f = 0,3$; $k = 0,6$; $\bar{w}_1 = 0,85\bar{w}_{e01}$. Из рисунка видно, что использование такого устройства позволяет полностью избавиться от эффекта Зоммерфельда, сократить время разгона вала до заданной частоты вращения и на порядок уменьшить амплитуду его колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.с. 1590725 СССР, М. кл. F16c3/00. Ротор энергетических машин / В.В. Вернигор, Ю.А. Зеленков. Оpubл. 07.09.90, Бюл. № 33.
2. Бабицкий В.И. Теория виброударных систем. М.:Наука, 1978.-352 с.
3. Вернигор В.Н., Зеленков Ю.А. Об определении вектора дисбаланса деталей типа «диск» // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1991. № 5. С.31-37.
4. Нагаев Р.Ф. Механические процессы с повторными затухающими соударениями. М.: Наука, 1985.-200 с.
5. Кононенко В.О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. М.: Наука, 1964. 254 с.