Акустические колебания и звукоизоляция цилиндрических оболочек

А.Г.Горшков, О.В.Егорова, В.Н.Зайцев,
А.Л.Медведский, Л.Н.Рабинский, Д.В.Тарлаковский

Московский авиационный институт

Изложена численная методика расчета вынужденных гармонических колебаний и излучения звука цилиндрическими оболочками с жестким ядром при строгом учете механизма их взаимодействия с акустической средой, а также представлены результаты исследования вибрационных и звуковых полей в зависимости от геометрических и физических параметров. Проанализировано взаимодействие с газом экранированных и изолированных цилиндрических оболочек с жесткими и упругими днищами.

1. Введение.

Задачи, связанные со звукоизоляцией тонкостенных конструкций, представляют большой практический интерес, но их решение в широком диапазоне изменения волновых чисел приводит к необходимости выполнения весьма большого объема вычислений и преодоления значительных математических трудностей [1-6].

Поэтому при анализе звукоизоляции цилиндрических оболочек для построения эффективной методики расчета задача разбивается на два этапа. На первом этапе строится аналитическое решение задачи с использованием упрощенных уравнений движения оболочек [5]. Из анализа полученного решения выясняются особенности поведения оболочек при различных значениях волновых чисел и параметров воздействия. Эти результаты используются в дальнейшем на втором этапе при построении уточненной модели взаимодействия ортотропных цилиндрических оболочек с акустическими полями.

На втором этапе задача решается численно с использованием метода конечных элементов (МКЭ) в рамках технической теории тонких упругих ортотропных цилиндрических оболочек с учетом демпфирования в материале оболочки. Звуковое давление в среде удовлетворяет уравнению Гельмгольца, при этом учитываются активные потери в среде, связанные с поглощением звука.

2. Постановка задачи.

Рассматривается круговая цилиндрическая оболочка конечной длины, находящаяся в акустической среде. На оболочку действует звуковое давление p_0, распределенное по внешней поверхности по закону

$$p_0 = \bar{p}_0 e^{i\omega t}, \qquad \bar{p}_0 = const \tag{1}$$

где $\bar{p}_0$ - амплитудное значение давления, ω - круговая частота внешнего воздействия (ниже множитель $e^{i\omega t}$ везде опущен).

Внутри оболочки находится жесткое ядро, которое моделируется цилиндром меньшего радиуса, не связанным с основной оболочкой.

Пусть для определенности движение оболочки описывается линейными уравнениями теории тонких упругих оболочек в перемещениях. Тогда задача о вынужденных осесимметричных колебаниях цилиндрической оболочки, соприкасающейся с акустическими средами, сведется к решению следующей системы уравнений [1, 2, 6]:

$$\sum_{j=1}^{2} L_{ij} u_j = \rho_0 h \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + (p_0 + p_1 - p_2)\delta_{i2} \qquad (i = 1, 2)$$

$$\Delta\varphi_k = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial t^2} + 2\frac{\alpha}{c}\frac{\partial \varphi_k}{\partial t} + \alpha^2 \varphi_k \qquad (k = 1, 2) \tag{2}$$

$$p_k = -\rho \frac{\partial \varphi_k}{\partial t}$$

Здесь u_i- перемещения срединной поверхности оболочки ($u_1=u,\ u_2=w$); перемещения u_2 направлены в сторону внешней нормали; L_{ij}- известные дифференциальные операторы на поверхности; ρ_0, h-плотность и толщина оболочки; p_1- давление излученных волн во внешнюю среду; p_2- давление излученных волн в среду, заключенную внутри оболочки (в зазоре); φ_k- потенциалы скоростей для внешней (k=1) и внутренней (k=2) сред; Δ- оператор Лапласа; c - скорость звука в среде; ρ - плотность среды (газа); α - коэффициент поглощения звука; t - время; δ_{ij} - символ Кронекера.

Из условия совместного движения оболочки и прилегающих к ней частиц среды получим условия непроницаемости оболочки

$$\left.\frac{\partial \varphi_1}{\partial r}\right|_R = \frac{\partial u_2}{\partial t}, \qquad \left.\frac{\partial \varphi_2}{\partial r}\right|_R = \frac{\partial u_2}{\partial t} \tag{3}$$

где R - радиус оболочки ($r\theta x$ - цилиндрическая система координат).

Потенциал φ_1 на бесконечности должен также удовлетворять условию излучения. Для потенциала φ_2, описывающего движение среды во внутренней полости оболочки, на жестком теле ставится условие

$$\left.\frac{\partial \varphi_2}{\partial r}\right|_{R_0} = 0 \tag{4}$$

где R_0 - радиус жесткого цилиндрического тела.

На торцах оболочки при x=0,l потенциал φ_2 должен удовлетворять условиям для открытой трубы (φ_2=0) или жесткой стенки ($\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = 0$).

При определении потенциала φ_1 для внешней среды можно считать, что упругая оболочка находится в жестком цилиндрическом экране. В случае металлической оболочки нет необходимости определять потенциал φ_1, поскольку давление, действующее на внешнюю поверхность оболочки определяется экспериментально с учетом внешней среды, т.е. считается заданным.

Таким образом, суммарное давление $p_0 + p_1 = p_1^*$ считается известным.

К дифференциальным уравнениям (2) в общем случае необходимо присоединить граничные условия, зависящие от закрепления оболочки в пространстве

$$N_x^m(u_1, u_2) = 0, \quad (m = 1, 2, \ldots) \tag{5}$$

Здесь N_x^m - некоторые дифференциальные операторы на граничных линиях x срединной поверхности. Вид этих операторов и их число определяется в каждом конкретном случае формой оболочки и характером ее закрепления. В дальнейшем в расчетах они будут конкретизированы применительно к условиям шарнирного опирания.

Таким образом, поставленная задача сводится к совместному решению системы (2) при указанных выше граничных условиях. Получить аналитическое решение данной задачи достаточно сложно, поэтому для получения предварительной информации на первом этапе решения была представлена упрощенная математическая модель.

3. Исходные данные.

При решении задачи о звукоизоляции реальной металлической оболочки, она приводится к ортотропной шарнирно опертой оболочке постоянной толщины со следующими геометрическими, массовыми и жесткостными параметрами: $R = 1218$ мм, $l = 4724$ мм, $m_s = \rho_0 h = 7{,}7\cdot10^{-6}$ кг/мм^2, где l - длина оболочки, m_s - масса единицы поверхности оболочки;

$$B_{11}(B_{xx}) = B_{22}(B_{yy}) = 2.2E \qquad B_{12} = 0.67E \qquad B_{33} = 0.77E$$

$$D_{11}(D_{xx}) = D_{22}(D_{yy}) = 10.47E \qquad D_{12} = 3.54E \qquad D_{33} = 3.61E$$

$$K_1 = K_2 = 2.16 \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad \nu = 0.3 \qquad E = 7383 \text{ кГ/мм}^2$$

где E, G - модули упругости первого и второго рода; ν - коэффициент Пуассона; B_{ij} - жесткости на растяжение (сжатие) и сдвиг в срединной поверхности; D_{ij}- изгибные жесткости; K_i- сдвиговые жесткости в поперечном направлении (i, j = 1,2).

На основании разработанной методики были проведены расчеты также для оболочки, выполненной из композиционного материала. Габаритные размеры оболочки (R,l) оставались прежними, а жесткостные и массовые характеристики имели следующие значения (в скобках указаны соответствующие значения для металлической оболочки):

$B_{11} =$ 11230 (16243) кГ/мм $\qquad B_{12} =$ 4680 (4947) кГ/мм
$B_{22} =$ 4840 (16243) кГ/мм $\qquad B_{33} =$ 4680 (5685) кГ/мм
$D_{11} =$ 523500 (77300) кГ·мм $\qquad D_{12} =$ 215500 (26136) кГ·мм
$D_{22} =$ 212900 (77300) кГ·мм $\qquad D_{33} =$ 215400 (26652) кГ·мм
$K_1 =$ 275 (5964) кГ/мм $\qquad K_2 =$ 238 (5964) кГ/мм
$m_s = 5{,}15\cdot10^{-6}$ $(7{,}7\cdot10^{-6})$ кг/мм^2.

Отметим, что композитная оболочка по массе меньше металлической, обладает большей изгибной жесткостью и малой жесткостью на растяжение-сжатие в окружном направлении в сравнении с металлической. При оценке звукоизоляции оболочек используется понятие уровень звука $L(dB)$

$$L = 20\lg\frac{P}{P^0} \tag{6}$$

где P - звуковое давление, $P^0 = 2\cdot10^{-5}$ Н/м^2 - пороговое значение звукового давления.

Тогда уровень звука на внешней поверхности оболочки будет равен

$$L_1 = 20\lg\frac{P_1^*}{P^0} \tag{7}$$

На внутренней поверхности оболочки уровень звука L_2 будет определяться по формуле

$$L_2 = 20\lg\frac{P_2}{P^0} \tag{8}$$

Звукоизоляцию оболочки будет характеризовать величина перепада звукового давления между ее внешней и внутренней поверхностями:

$$\Delta L = 20\lg\frac{P_1^*}{P_2} \tag{9}$$

Для металлической оболочки известны экспериментальные исследования по определению уровней и перепада давления в диапазоне частот f= 31.5 ...10000 Hz ($\omega = 2\pi f$). Измерения проводились для 1/3 октавных полос.

Экспериментальные данные служили оценкой точности разрабатываемой методики расчета. Далее на ее основе был проведен расчет звукоизоляции композитной оболочки.

4. Приближенное решение задачи о звукоизоляции цилиндрической оболочки.

Для описания осесимметричных колебаний оболочки под действием заданного внешнего давления p_0используем линейные уравнения движения оболочки без учета деформации сдвига [5]

$$\begin{gathered} m_S\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - B_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{B_{12}}{R}\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ m_S\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \varepsilon\frac{\sqrt{B_{22}m_S}}{R}\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{R_{12}}{R}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{B_{22}}{R^2}w + D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = P_2 - P_1 - P_0 \end{gathered} \tag{10}$$

где u, w - тангенциальные и нормальные перемещения оболочки; ε - коэффициент конструкционного демпфирования.

Оболочка по торцам шарнирно оперта, поэтому условия (5) примут вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0,\ \ w = 0,\ \ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{при} \qquad x = 0, l \tag{11}$$

С учетом граничных условий (11) перемещения оболочки зададим в виде (как уже отмечалось ранее временной множитель везде опущен)

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} u_n \cos\frac{n\pi}{l}x,\quad w = \sum_{n=1}^{\infty} w_n \sin\frac{n\pi}{l}x \tag{12}$$

Потенциалы φ_k для среды представим в виде

$$\varphi_k = \sum_{n=1}^{\infty}\varphi_{kn}(r)\sin\frac{n\pi}{l}x,\quad (k = 1, 2) \tag{13}$$

При задании потенциала φ_2 в форме (13) на торцах оболочки будут выполняться условия открытых концов (φ_2=0).

Далее задача решается традиционно по методу Бубнова.

Результаты расчетов по упрощенной модели, связанные с расчетом перепада давления ΔL показали, что наименьшая звукоизоляция наблюдается вблизи первой (основной) частоты осесимметричных колебаний оболочки f_1. Композитная оболочка на этой частоте звукоизолирует несколько меньше металлической, потому что ее жесткость B_{22} меньше, чем у металлической. При осесимметричном нагружении равномерно распределенным по поверхности оболочки давлением жесткость B_{22} играет определяющую роль при определении поля скоростей оболочки $\dot{w}$, которое и формирует звуковое давление P_2.

5. Методика численного расчета звукоизоляции цилиндрических оболочек.

При построении численной схемы расчета предварительно определялись амплитудно-частотные характеристики пустой шарнирно опертой конструктивно ортотропной цилиндрической оболочки. Так как по постановке в дальнейшем рассматривается действие давления равномерно распределенного по всей поверхности оболочки (фазовый угол равен нулю), то определялись собственные частоты и формы осесимметричных колебаний с нулевым количеством полуволн в окружном направлении.

В дальнейшем задача о совместных колебаниях системы решалась методом конечных элементов, при этом используются двухузловые осесимметричные конечные элементы тонкостенной оболочки и черырехузловые осесимметричные элементы сплошной среды для газа во внутренней полости. На торцах оболочки для газа ставились условия жесткой стенки

$$\left.\frac{\partial P_2}{\partial x}\right|_{x=0,l} = 0 \qquad (14)$$

Важной величиной, кроме жесткостных параметров, определяющей уровень звукоизоляции оболочки, является коэффициент демпфирования колебаний, значение которого, как правило, определяется конструкционным демпфированием и точно может быть оценено только при частотных испытаниях.

В расчетах звукоизоляции металлической оболочки демпфирование задавалось логарифмическим декрементом колебаний δ равным 0.05 (R_0=0.8R).

Вычисленные значения звукоизоляции металлической оболочки ΔLв децибелах для 1/3 октавных полос приведены в таблице 1; там же представлены экспериментальные значения ΔL^*, полученные на натуральной оболочке.

Аналогичные результаты для оболочки, изготовленной из композиционного материала, приведены в таблице 2; логарифмический декремент колебаний принимался равным 0,08. В таблице 2 для сравнения приведены также экспериментальные значения ΔL^* из таблицы 1.

Таблица 1

$f(Hz)$	$\Delta L(dB)$	$\Delta L^*(dB)$
1	2	3
31,5	28	19,9
200	27,8	14,1
251	27,5	13,4
315	26	12,7
400	23	12,0
500	14	11,3
630	12	11,6
800	18	12,9
1000	17	13,9
1250	18	14,8
1600	18,5	13,7

Таблица 2

$f(Hz)$	$\Delta L(dB)$	$\Delta L^*(dB)$
4	5	6
31,5	25,0	19,9
40	24,5	19,2
50	24,0	18,4
63	23,5	17,7
80	23,0	17,0
100	22,3	16,3
125	21,0	15,6
160	20,0	14,9
200	19,0	14,1
251	17,7	13,4
315	12,0	12,7

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3
2000	20	13,5
2500	20,5	14
3150	20,7	14,9
4000	21	15,7
5000	21,3	16,8
6500	21,5	18,2
8000	21,8	19,6
10000	21,8	21

Таблица 2 (продолжение)

4	5	6
400	6,5	12,0
500	10,0	11,3
630	10,0	11,6
800	20,0	12,9
1000	21,0	13,9
1250	17,0	14,8
1600	17,5	13,7
2000	18,0	13,5
2500	18,5	14,0
3150	19,0	14,9
4000	19,5	15,7
5000	20,0	16,8
6500	20,5	18,2
8000	21,0	19,6
10000	21,0	21,0

6. Заключени

Разработанная методика численного расчета звукоизоляции цилиндрических оболочек, основанная на использовании конечных элементов как для оболочки, так и для среды позволяет достаточно точно производить анализ уровней звукового давления в широком диапазоне частот до 10000 Hz. Отметим, что на частотах близких к первой основной частоте колебаний оболочки ($f_1 \approx 614$Hz) результаты расчетов практически совпадают с экспериментальными данными, а в этом диапазоне как раз и имеет место наихудшая звукоизоляция. Расхождение в расчетах при частотах $f < f_1$ связано с влиянием граничных условий для среды на торцах оболочки (в этом частотном диапазоне), которые корректно поставить для реальной оболочки затруднительно.

О точности проведенных расчетов для металлической оболочки можно судить по результатам представленным в таблице 3, где L_2^*соответствует уровню звука на внутренней поверхности металлической оболочки, определенному из эксперимента; L_2^m- уровень звука на внутренней поверхности металлической оболочки, полученный расчетным путем; D- относительная погрешность проведенных расчетов:

$$\mathrm{D} = \left| \frac{L_2^* - L_2^m}{L_2^*} \right| \cdot 100\%$$

В этой же таблице для сравнения приведены значения уровней звука L_2^c на внутренней поверхности композитной оболочки, найденные расчетным путем по предлагаемой методике.

Для окончательной оценки эффективности звукоизоляции композитной оболочки в сравнении с металлической необходимы дополнительные экспериментальные исследования на моделях, выполненных из композиционного материала для уточнения коэффициентов демпфирования и излучения, входящих в расчетную схему.

Таблица 3.

$f(Hz)$	$L_2^*(dB)$	$L_2^m(dB)$	$L_2^c(dB)$	D(%)
31,5	114,6	106,5	109,5	7,0
200	133,9	120,2	129,0	10,0
251	135,1	121,0	130,8	10,0
315	136,3	123,0	137,0	9,8
400	137,5	126,5	143,0	8,0
500	137,7	135,0	139,0	1,8
630	136,9	136,5	138,5	0,3
800	134,6	129,5	127,5	3,8
1000	132,1	129,0	125,0	2,3
1250	130,2	127,0	128,0	2,5
1600	129,8	125,0	126,0	3,7
2000	128,5	122,5	124,5	4,7
2500	130,0	123,6	125,5	5,0
3150	125,1	119,3	121,0	4,6
4000	123,3	118,0	119,5	4,3
5000	121,2	116,7	118,0	3,7
6500	119,3	116,0	117,0	2,8
8000	116,4	114,2	115,0	1,9
10000	113,5	112,7	113,5	0,7

Литература

1. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. - М.: Наука, 1976.
2. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости. - М.: Наука, 1979.
3. Горшков А.Г. Взаимодействие ударных волн с деформируемыми преградами // Итоги науки и техники. Сер.мех.деформ.тверд.тела. Т.13. - М.: ВИНИТИ, 1980. - С.105-186.
4. Григолюк Э.И., Горшков А.Г. Нестационарная гидроупругость оболочек. - Л.: Судостроение, 1974.
5. Перцев А.К., Платонов Э.Г. Динамика оболочек и пластин. - Л.: Судостроение, 1987.
6. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. - Л.: Судостроение, 1989.