

# Математическое моделирование деформирования и разрушения графита при сложном напряженном состоянии

Чернявский А.О.

*Челябинский государственный технический университет*

Искусственные графиты с их высокой термopочностью и термостойкостью применяются для изготовления теплонапряженных элементов конструкций в атомной энергетике, ракетостроении, металлургии. Необходимость расчетного анализа поведения таких конструкций требует создания моделей материала, работающих в широком диапазоне условий: при повторно-переменном или циклическом неизотермическом нагружении, в том числе с выдержками в цикле.

Большинство графитовых элементов конструкций является массивными телами (все размеры детали соизмеримы). Тепловое нагружение приводит к появлению сложного напряженного состояния, и, во многих случаях, сложному нагружению, что также накладывает соответствующие требования на математическую модель.

В настоящее время существует ряд работ, посвященных описанию деформирования графита и подобных ему материалов (см., например, [1,2,3]); основное внимание в них уделяется разносопротивляемости и анизотропии. Однако конструкционные графиты, применяемые в энергомашиностроении и металлургии, при не слишком большой анизотропии (не выше 30%), обладают рядом специфических особенностей, существенно влияющих на работу конструкций: циклическим разупрочнением с изменением размеров и формы петель гистерезиса, взаимным влиянием циклического деформирования и ползучести, зависимостью наблюдаемого коэффициента линейного теплового расширения от программы нагружения и т.д. Разнообразие этих эффектов затрудняет использование чисто феноменологических моделей. При линейном напряженном состоянии они сравнительно хорошо отражаются моделью, использующей физическую информацию о структуре и свойствах структурных составляющих материала [4]. Ниже рассмотрено обобщение этой модели на случай сложного нагружения.

Для одноосного напряженного состояния ранее было показано [4], что процессы пластического деформирования и рассеянного разрушения в достаточно широком диапазоне условий и программ нагружения можно считать независимыми. Разделение влияния этих процессов на диаграмму деформирования материала может быть выполнено с помощью измерения размаха напряжений при средней деформации цикла ( $\Delta\sigma$  на рис. 1а). Эта величина характеризует процесс пластического деформирования и - в отличие от ширины петли или полного размаха напряжений в цикле - не изменяется при повороте петли вследствие рассеянного разрушения материала. Анализ экспериментальных данных [5] показал, что статистически, с учетом разброса экспериментальных данных, размах напряжений в первом цикле  $\Delta\sigma_1$  связан только с размахом деформаций в цикле  $\Delta\varepsilon$  и не зависит от средней деформации цикла. Более того, изменение величины  $\Delta\sigma$  в процессе циклического нагружения можно считать функцией только пути деформирования, одинаковой для испытаний в жестком и мягком цикле. Накопление деформаций при "мягком" циклическом нагружении вызывает - при неизменной зависимости  $\Delta\sigma(\Delta\varepsilon)$  - поворот петли гистерезиса, который можно отнести на счет рассеянного разрушения. Таким образом, можно принять, что деформирование образца может быть описано как деформирование двух параллельно соединенных тел: пластичного, "отвечающего" за ширину петли, и хрупкого, рассеянное разрушение которого описывает ее поворот. Диаграмму деформирования пластичной составляющей можно восстановить по известной зависимости  $\Delta\sigma(\Delta\varepsilon)$ , используя принцип Мазинга.

Испытания образцов из достаточно типичного конструкционного графита ГР-280 на циклическое растяжение-сжатие, кручение и кручение с растяжением-сжатием [5, 6, 7] показали (рис. 1б), что эта пластичная составляющая может рассматриваться как изотропное тело, имеющее единую кривую деформирования в координатах "интенсивность напряжений - интенсивность деформаций". Более того, разупрочнение пластичной составляющей модели зависит только от параметра Удквиста и не зависит ни от накопленной деформации, ни от вида напряженного состояния (рис. 1в).

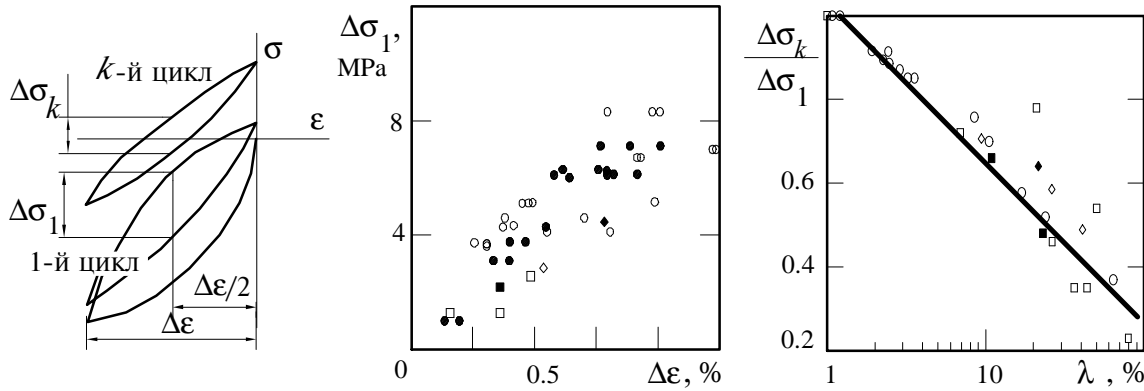


Рис. 1. Деформирование графита ГР-280 при циклическом нагружении. О—растяжение—сжатие, □—кручение, ◇—кручение со сжатием; светлые символы - образцы, вырезанные параллельно оси прессования заготовки, темные - перпендикулярно

В соответствии с проведенным анализом за базовую принята модель Мазинга, в соответствии с которой элемент объема материала представляется в виде набора параллельно соединенных подэлементов, наделенных сравнительно простыми свойствами. Деформации подэлементов полагаются одинаковыми, а напряжения получаются усреднением напряжений в них:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \boldsymbol{\varepsilon} \quad \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\sigma}_i(\boldsymbol{\varepsilon}_i) \quad i = 1 \dots N \quad (1)$$

( $\boldsymbol{\sigma}$  и  $\boldsymbol{\varepsilon}$  - соответствующие тензоры, величины с индексами относятся к подэлементам, без индексов - к модели в целом). Как и при линейном напряженном состоянии, введено два типа п/э: пластичные и линейно упругие хрупкие, разрушающиеся в процессе нагружения.

Предполагается, что для пластичных подэлементов соблюдается постулат изотропии Ильюшина, и деформирование их при повторном нагружении описывается принципом Мазинга. По аналогии с подэлементами модели для одноосного напряженного состояния [4], они наделены возможностью к разупрочнению, проявляющемуся в уменьшении предела текучести уменьшается при неизменных упругих характеристиках.

Таким образом, обобщение уравнений, описывающих поведение пластичной составляющей модели, на сложное напряженное состояние может быть выполнено подобно тому, как это делается в моделях пластичных металлических материалов [8]:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_i &= \boldsymbol{\varepsilon}_{0i} + \mathbf{e}_i, \quad i = 1 \dots N \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{0i} &= \frac{1}{3} (\varepsilon_{11i} + \varepsilon_{22i} + \varepsilon_{33i}) \mathbf{e}_b \mathbf{e}_b = \boldsymbol{\varepsilon}_{0i}^e + \boldsymbol{\theta}, \quad b = 1, 2, 3, \quad \boldsymbol{\theta} = a D T \mathbf{e}_b \mathbf{e}_b \\ \mathbf{e}_i &= \mathbf{r}_i + \mathbf{p}_i \\ \boldsymbol{\sigma}_i &= K \boldsymbol{\varepsilon}_{0i}^e + 2G \mathbf{r}_i \\ \|\mathbf{r}_i\| &\leq R_i \quad R_i = R_i(l_i) \quad l_i = \int \|d\mathbf{p}_i\| \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь принято, что пластическая деформация  $\mathbf{p}$  представляет собой девиатор, соблюдается постулат изотропии Ильюшина, радиус поверхности текучести  $R$  зависит от параметра Удквиста  $l$ , а параметры упругости  $K$  и  $G$  постоянны. Методика идентификации (определения значений параметров, входящих в уравнения) пластичной составляющей модели аналогична описанной в работе [4] для одноосной модели и требует кривых ползучести и диаграмм деформирования при жестком циклическом одноосном нагружении (при как минимум двух различных размахах деформаций).

Поскольку пластичная составляющая модели изотропна, разносопротивляемость и анизотропия материала должны отражаться в свойствах хрупких подэлементов. Кроме того, при моделировании поведения совокупности хрупких элементов необходимо учесть возможность рассеянного разрушения материала в процессе нагружения, зависящего как от максимальных достигнутых в процессе нагружения деформаций, так и от всей истории нагружения (зависимость от максимальной достигнутой деформации проявляется, например, в явной несправедливости для графита принципа Мазинга при первом нагружении и разгрузке, а от истории нагружения - в уменьшении наклона петель гистерезиса при циклическом нагружении). В то же время п/э модели должны обладать достаточно простыми свойствами, допускающими идентификацию по ограниченному набору базовых опытов. Учитывая эти требования, в качестве схемы модели был выбран набор работающих параллельно различно ориентированных подэлементов, в каждом из которых реализуется одноосное напряженное состояние.

Ранее попытка применить модель такого типа для описания деформирования пластичных металлических материалов при сложном напряженном состоянии была предпринята Самариним и Радченко [9]. В случае изотропного пластичного материала такой подход, по-видимому, не имеет преимуществ перед моделями типа (2); однако при описании поведения анизотропного материала простота выбранной схемы позволяет построить достаточно удобную процедуру идентификации. С другой стороны, такая модель может оказаться слишком "жесткой" в том смысле, что разнообразные параметры описываемого материала оказываются связаны с небольшим числом параметров модели. Недостатки - неточности в описании свойств материала, к которым это приводит в данном случае, обсуждаются ниже.

В соответствии с выбранной схемой, хрупкие подэлементы представляют собой "стержни", каждый из которых характеризуется ориентацией - вектором  $\mathbf{n}_i$ . Деформация  $i$ -го подэлемента  $\epsilon_i$  вычисляется по деформации модели  $\epsilon$  обычным образом:

$$\epsilon_i = \epsilon \cdot \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i$$

а напряжение в подэлементе  $\sigma_i$  рассматривается как тензор

$$\sigma_i = s_i \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i, \quad s_i = s_i(e_i)$$

Подэлементы наделены теми же свойствами, что хрупкие подэлементы модели деформирования при линейном напряженном состоянии [4]: линейная упругость вплоть до разрушения; разрушение происходит при достижении предельной деформации (различной при растяжении и сжатии); подэлемент, "разрушенный" вследствие достижения предельной деформации при растяжении, может воспринимать сжимающую нагрузку, а в п/э, разрушенном вследствие достижения предельной деформации сжатия, в дальнейшем напряжения всегда равны нулю; предельные деформации п/э не изменяются в процессе нагружения; модуль упругости п/э зависит от пути деформирования. При этом поведение  $i$ -го п/э описывается следующими уравнениями:

$$s_i(e_i) = E_i r_i \left\{ 1 + [H(-E_i r_i) - 1] H \left( \max \frac{r_i}{e_i^{BP}} - 1 \right) \right\} H \left( \min \frac{r_i}{e_i^{BP}} - k \right)$$

$$E_i = E_i \left( \int |d\epsilon_i| \right) \quad r_i = e_i - a_i T \quad k = \frac{e_i^{BP}}{e_i^{BC}} \quad H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, параметрами подэлемента являются ориентация  $\mathbf{n}_i$ , модуль упругости  $E_i$  и предельные деформации при растяжении и сжатии  $e_i^{BP}$  и  $e_i^{BC}$ .

Разрушение отдельных подэлементов приводит к появлению скачков на диаграмме деформирования модели. Для того, чтобы уменьшить величину каждого скачка, использовалось большое (~1000) число подэлементов, и характеристики подэлементов задавались в виде статистических законов распределения.

Для упрощения идентификации модели (т.е. определения параметров всех п/э) принималось, что модуль упругости подэлемента зависит от его ориентации

$E_i = E_i(\mathbf{n}_i)$ , а предельные деформации  $e_i^{BP}$  и  $e_i^{BC}$  (точнее, их статистические законы распределения) от ориентации не зависят. Такое упрощающее предположение, как легко видеть, ограничивает круг описываемых явлений: диаграммы деформирования хрупкой составляющей модели при одноосном нагружении по различным направлениям отличаются только масштабом по оси напряжений. Несмотря на это, предельные деформации модели в целом при нагружении по различным направлениям различаются: "разрушение" модели трактуется как специфическая потеря устойчивости (большое приращение

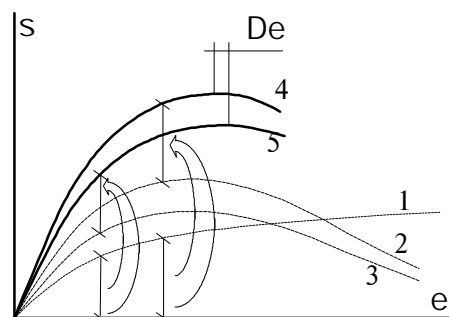


Рис. 2. К описанию анизотропии материала.

деформации при малом приращении нагрузки), и наличие пластичной составляющей "сдвигает" момент потери устойчивости - тем сильнее, чем ниже напряжения, связанные с хрупкой составляющей. Это иллюстрирует рис. 2, где линия 1 изображает диаграмму деформирования пластичной составляющей, 2 и 3 - диаграммы деформирования хрупкой составляющей при нагружении вдоль и поперек оси прессования материала; 4 и 5 - суммарные диаграммы деформирования по соответствующим направлениям. Такое различие в диаграммах качественно полностью совпадает с наблюдаемым в эксперименте.

Таким образом, идентификация сводится к определению трех независимых функций: статистическому распределению ориентаций подэлементов; распределению их разрушающих деформаций и зависимости модуля упругости от направления.

Первая из этих функций может быть определена, например, по модулям упругости образцов, вырезанных под разными углами к оси прессования заготовки (не только 0 и 90°). Для конструкционных графитов типа ГР-280 с не слишком большой анизотропией это распределение отличается от равномерного на 20–30%. Функция, описывающая эти различия, должна быть, очевидно, симметричной и достаточно гладкой. При этом использование различных аналитических функций дает близкие результаты, а выбор одной - любой - из них позволяет обойтись для определения параметров модулем сдвига или коэффициентом Пуассона для образца какой-либо одной ориентации. В данной работе, исходя из требования минимизации числа базовых экспериментов, в качестве исходных данных рассматривался коэффициент Пуассона образца при одноосном сжатии (хотя использование модуля сдвига даст, возможно, более точный результат - вследствие меньшей относительной погрешности измерения модуля сдвига), а диаграмма кручения служила для проверки модели.

Распределение разрушающих деформаций п/э определялось по диаграммам деформирования хрупкой составляющей модели при одноосном растяжении и сжатии; эта диаграмма получалась вычитанием диаграммы деформирования уже идентифицированной пластичной составляющей из полной (экспериментальной) диаграммы.

Наконец, для описания зависимости модулей упругости подэлементов от их ориентации следует выбрать гладкую симметричную функцию, параметры этой функции могут быть определены по начальному касательному модулю при сжатии и разнице пределов прочности по перпендикулярным направлениям.

Принятые упрощающие предположения несколько снижают возможности модели. Так например, разрушающие деформации при одноосном нагружении по различным направлениям не являются независимыми, что не позволяет добиться точного количественного совпадения с экспериментом - вычисленные с помощью модели разрушающие деформации для двух перпендикулярных направлений составляют 1.3% и 1.4% (при сжатии, графит ГР-280) против экспериментальных 1.3 и 1.5%. Оправданием может служить удобство идентификации модели и достаточно большие разбросы экспериментальных данных, а также возможность построения - если потребуется - процедуры идентификации, не использующей этих предположений.

Некоторые результаты численных экспериментов с моделью и их сопоставление с экспериментами [6, 7] приведены на рис. 3–5.

Как отмечено выше, идентификация модели выполнена **только** по результатам испытаний на одноосное растяжение-сжатие. Пример прогнозирования диаграмм деформирования при другом напряженном состоянии - чистом сдвиге - приведен на рис. 3, где жирной линией показана диаграмма, предсказанная моделью, а тонкими линиями - экспериментальные результаты для разных образцов. Предсказанная диаграмма несколько более нелинейна, чем экспериментальные; однако для модели, не использующей экспериментальную информацию о деформировании материала при сдвиге, совпадение является удовлетворительным. Использование такой информации повысило бы точность, но увеличило объем базовых опытов и, соответственно, уменьшило возможности верификации модели по имеющемуся набору экспериментальных данных.

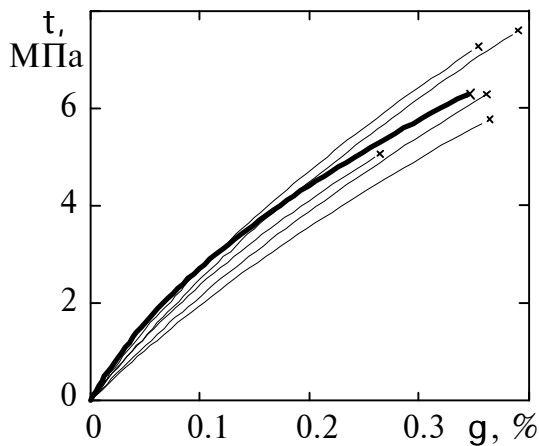


Рис. 3. Деформирование при чистом сдвиге (расчет, эксперимент)

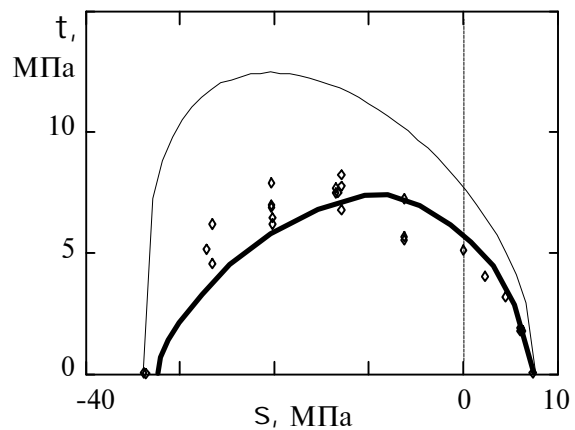


Рис. 4. Разрушение графита при нагружении растяжением (сжатием) и сдвигом

Описание моделью разрушения материала при однократном сложном нагружении иллюстрирует рис. 4, где представлены экспериментально определенные напряжения в момент разрушения при нагружении по программе "осевое нагружение - сдвиг до разрушения" (ромбики) и результаты расчета по предлагаемой модели (жирная линия). Здесь же тонкой линией показан результат расчета по критерию, записанному в настоящее время в Норммах [10]:

$$\sigma_{экв} = \sigma_{вр} \quad \text{где } \sigma_{экв} = \sqrt{\bar{s}_1^2 + \bar{s}_2^2 + \bar{s}_3^2 - 2m(\bar{s}_1\bar{s}_2 + \bar{s}_2\bar{s}_3 + \bar{s}_3\bar{s}_1)},$$

$$s_j, \quad j = 1, 2, 3 - \text{главные напряжения,} \quad \bar{s}_j = \begin{cases} s_j & \text{при } s_j > 0 \\ s_j \frac{s_{вр}}{s_{вс}} & \text{при } s_j < 0 \end{cases}$$

Из рисунка видно, что предсказание момента разрушения с помощью модели точнее, чем критерий работы [10], дающий существенную ошибку не в запас прочности.

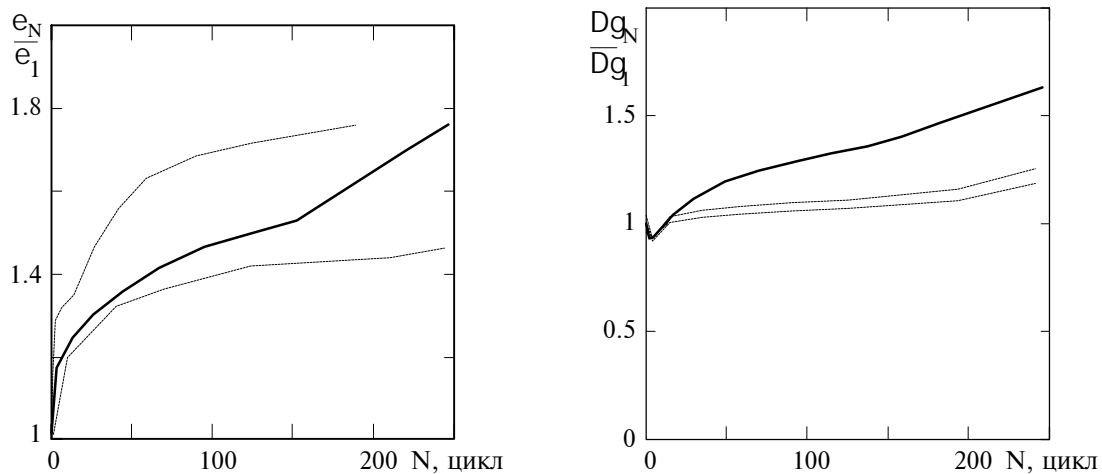


Рис. 5. Накопление осевых деформаций и изменение размаха деформаций сдвига при осевом сжатии и циклическом кручении ( $\Delta\tau=1.25\tau_B$   $\sigma=0.4\sigma_{BC}$ ); штриховые линии - границы разброса экспериментальных данных, сплошная - расчет

При циклическом нагружении (рассматривалось циклическое кручение с постоянным размахом напряжений при постоянной осевой силе) модель качественно описывает основные наблюдаемые закономерности: накопление осевых деформаций, разупрочнение (увеличение размаха деформаций в цикле), смещение центра петли гистерезиса (рис. 5). Как и при однократном нагружении, точность моделирования снижается при больших сжимающих напряжениях, а получающиеся оценки числа циклов до разрушения дают оценку в запас.

**Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Госкомвуза РФ, раздел А-096, направление 05**

## Литература

1. Davalias F., Popov E.P. A simple constitutive law for artificial graphite-like materials Proc. of 3rd International conference on structural mechanics in reactor technology. London//1975 .- р. 1-5.
2. Березин А.В. К теории пластичности материалов с дефектами. МТТ 1987 .-N6 89-97.
3. Головин Н.Н., Кувыркин Г.Н. Модель нелинейного деформирования материалов на основе углерода. Динамика, прочность и износостойкость машин, вып. 2
4. A. Cherniavsky Nonlinear behavior of low-plastic structures. In: Inelastic Behavior of Structures under Variable Loads. Kluwer Acad. Publishers, Netherlands 1995 pp. 83-91
5. Лежнев С.В. Закономерности малоциклового деформирования и разрушения конструкционных графитов для высокотемпературного оборудования. Автореферат ... к.т.н. Челябинск://1988 .-20 с.
6. Ивашков И.А. Деформирование и разрушение графита при циклическом кручении. В сб.: "Прочность машин и аппаратов при переменном нагружении" ЧГТУ, 1995, с.
7. Ивашков И.А., Мартыненко М.Е., Садаков О.С. Экспериментальное определение и математическое описание поверхности разрушения графита при непропорциональном нагружении "Динамика, прочность и износостойкость машин", т.2 - в печати
8. Гохфельд Д.А., Садаков О.С. Пластичность и ползучесть элементов конструкций при повторных нагружениях. М.: Машиностроение//1984 .-256 с.
9. Самарин Ю.П., Радченко В.П., Кузьмин С.В. Структурная модель среды для описания пластичности и ползучести при сложном напряженном состоянии. В сб.: Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии. Киев Наукова думка//1986 .-с.233-237.
10. Правила и нормы в атомной энергетике. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов установки ВГМ. ПНАЭГ-90-ВГМ, М.:1990 .- 512 с.