

Автоматизированные стенды для контроля и расчета коррекции распределения масс летательных аппаратов

Тверской М. М.

Челябинский государственный технический университет

Устойчивость и управляемость в полете, точность траектории, расход топлива и другие важнейшие эксплуатационные показатели летательных аппаратов (ЛА) зависят от степени соответствия фактических и расчетных значений параметров, характеризующих распределение их масс. Эти параметры, включая общую массу ЛА, будем называть его массогеометрическими характеристиками (МГХ).

Среди технологических методов обеспечения заданной точности МГХ при производстве ЛА наиболее распространенным является метод коррекции МГХ после сборки. Коррекция производится, как правило, присоединением корректирующих масс, т. к. введение в конструкцию ЛА технологического запаса массы, обеспечивающего коррекцию МГХ удалением или перестановкой корректирующих масс противоречит требованию минимизации массы ЛА.

Регламентация МГХ рассматриваемых изделий (под которыми ниже понимаются ЛА и их составные части) также имеет некоторые особенности, вытекающие из условий их функционирования. Например, степень материальной симметрии изделия относительно некоторой прямоугольной декартовой системы координат $Oxyz$, связанной с его геометрическими элементами, в общем случае регламентируется допустимыми значениями трех координат центра масс (X_C, Y_C, Z_C) и трех независимых углов (например, кардановых углов α, β, γ), определяющих направление трех главных центральных осей инерции (ГЦОИ) 1, 2, 3 относительно осей системы $Oxyz$ (рис. 1). Дополнительно к этому регламентируется общая масса изделия (M) и допустимые значения трех главных центральных моментов инерции (ГЦМИ). Таким образом, параметры эллипсоида инерции Q (рис.1) ЛА обычно задаются не в фиксированной точке, определяемой геометрией изделия, а в точке, соответствующей действительному положению его центра масс. Положение этой точки (C_{II}) в некоторой области, определяемой допустимыми значениями координат центра масс, может быть произвольным.

Для того, чтобы установить, какие из перечисленных МГХ нуждаются в коррекции, и рассчитать величины и координаты корректирующих масс, необходимо определить действительные значения МГХ. Основную сложность представляет определение угловой ориентации ГЦОИ. Поскольку непосредственное экспериментальное определение углов α, β, γ в производственных условиях затруднено, их определяют экспериментально-расчетным методом. Для этого экспериментально находят все шесть компонент

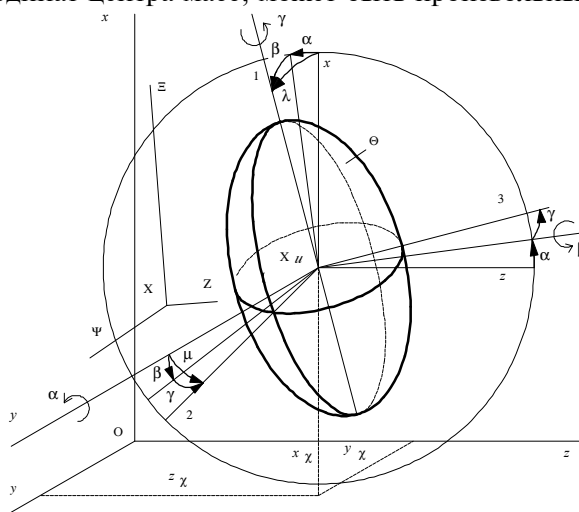


Рис. 1

тензора инерции изделия в некоторой его точке O , являющейся началом системы координат $OXYZ$, выбранной исходя из условий наиболее удобного и точного базирования изделия на стенде или заданной в конструкторской документации на изделие. Необходимо экспериментально определить также массу и координаты центра масс изделия.

Затем, используя теорему о моментах инерции относительно параллельных осей [1], вычисляют компоненты центрального тензора инерции

$$J = \begin{bmatrix} J_{x'x'} & -J_{x'y'} & -J_{x'z'} \\ -J_{y'x'} & J_{y'y'} & -J_{y'z'} \\ -J_{z'x'} & -J_{z'y'} & J_{z'z'} \end{bmatrix} \quad (1)$$

в системе осей $C_{//} X'Y'Z'$, параллельных осям $OXYZ$ (рис.1). Применяя один из алгоритмов определения собственных значений и собственных векторов матрицы (1), находят значения трех ГЦМИ J_1, J_2, J_3 и трех углов α, β, γ .

Способы регламентации углового положения ГЦОИ различны, но в любом случае ограничения могут быть выражены некоторыми функциями углов α, β, γ . Используя формулы сферической тригонометрии, примем, что эти ограничения имеют вид:

$$|\cos \lambda| = |\cos \alpha \cos \beta| \geq A; \quad (2)$$

$$|\cos \mu| = |\cos \gamma \cos \beta| \geq B. \quad (3)$$

Выражение (2) ограничивает угол между осью $C_{//}X$ и ГЦОИ 1, выражение (3) ограничивает угол между осью $C_{//}Y$ и ГЦОИ 2.

Из изложенного следует, что погрешности определения углов ориентации ГЦОИ зависят от погрешностей, допущенных при экспериментальном определении всех десяти МГХ: $M, X_c, Y_c, Z_c, J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}, J_{xy}, J_{yz}, J_{zx}$. Поэтому все они должны определяться с высокой точностью даже в тех случаях, когда некоторые из МГХ (например, ГЦМИ) строго не регламентируются. Это требует создания высокоточных и дорогостоящих стендов для определения массы, координат центра масс, осевых и центробежных моментов инерции. Указанные стенды могут использоваться в различных сочетаниях в зависимости от состава и точности регламентированных МГХ.

Массу и координаты центра масс определяют на статических балансировочных стендах. Осевые моменты инерции обычно определяют по периоду угловых колебаний изделия, закрепленного на упругом стержне (торсионе). Центробежные моменты инерции и координаты центра масс могут непосредственно определяться при вращении изделия на динамических балансировочных стендах.

Если измерять осевые моменты инерции относительно не трех, а шести осей, пересекающихся в одной точке, то можно рассчитать [1] все компоненты тензора инерции в этой точке и избежать необходимости применения динамического балансировочного стенда. Этот метод теоретически более точен, поскольку измеряемым физическим параметром является время (период колебаний). Приборы для измерения времени сегодня являются одними из наиболее точных. Однако с высокой точностью определяется суммарный момент инерции тела, закрепленного на торсионе. При этом момент инерции технологического приспособления, реализующего систему шести осей, составляет, как правило, более половины измеряемого. Для определения координат центра масс по-прежнему необходимы стенды для статической балансировки.

Использование стендов нескольких типов с необходимостью переустановки и переориентации изделия приводит к появлению дополнительных погрешностей. В связи с этим возникает необходимость в создании стендов для комплексного определения МГХ изделия. Такие стенды были разработаны на кафедре автоматизации механосборочного производства Челябинского государственного технического университета.

За основу была принята схема ранее разработанного стенда для динамической балансировки изделий. Рассмотрим один из вариантов. Стенд (рис. 2) имеет газостатические подшипники 1 и 2, установленные в корпусе 3. Корпус имеет упругую подвеску 4 к раме 5, установленной на динамометрические опоры 6 и 7. Упругая подвеска обеспечивает корпусу 3 возможность поворота на небольшой угол вокруг оси, пересекающей ось подшипников (Ox) под прямым углом.

Стенд работает в трех режимах. В первом режиме он работает как балансировочный. Корпус 3 жестко соединяется с рамой 5 с помощью блокирующего устройства 8. В подшипники 1 и 2 подается сжатый воздух. Изделие 9 в технологическом приспособлении устанавливается в газовые подшипники. Осесимметричные изделия могут устанавливаться без приспособления, что существенно повышает точность измерений. Оператор включает автоматический цикл первого режима. К изделию подводится привод вращения (на схеме не показан), сжатый воздух подается в его турбину, изделие начинает вращаться вокруг оси Ox . При достижении требуемой угловой скорости привод вращения автоматически отключается и отводится от изделия. После затухания переходного процесса и уменьшения угловой скорости до принятого для измерений значения происходит определение проекций сил динамических реакций опор 6 и 7 на координатные оси Oy и Oz . По этим значениям автоматически рассчитываются величины двух центробежных моментов (J_{xy} , J_{xz}) и двух координат центра масс (Y_c , Z_c).

Во втором режиме изделие не вращается, а совершает свободные угловые колебания вокруг общей оси газовых подшипников и торсиона 10, который оператором присоединяется к изделию. Измеряется период угловых колебаний, по величине которого рассчитывается осевой момент инерции J_{xx} .

В третьем режиме изделие ориентируется таким образом, чтобы ось Oy была параллельна оси упругой подвески 4. Отключается подвод воздуха в подшипники 1, 2 и блокирующее устройство 8. Корпус 3 с изделием отклоняется на небольшой угол и затем совершает свободные угловые колебания вокруг оси подвески 4. Измеряются период этих колебаний и суммарная величина горизонтальных реакций в динамометрических опорах 6 и 7. Затем эти измерения повторяются после поворота изделия вокруг оси Ox на угол 45° и 90° . На основе этих данных рассчитываются осевые моменты инерции J_{yy} , J_{45} , J_{zz} , координата центра масс X_c , а также центробежный момент J_{yz} :

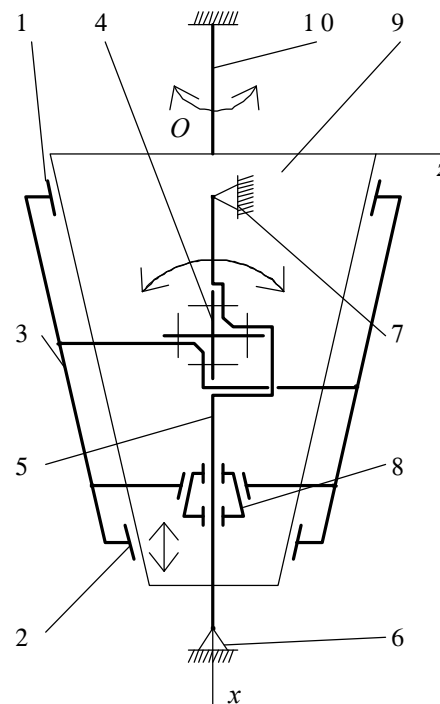


Рис. 2

$$J_{yz} = \frac{1}{2}(J_{yy} + J_{zz}) - J_{45}, \quad (4)$$

где J_{45} — момент инерции относительно биссектрисы угла yOz .

Для ряда изделий третий режим может не использоваться. В этом случае величины X_c , $(J_{xx} - J_{yy})$, $(J_{xx} - J_{zz})$, J_{yz} определяются в первом режиме при последовательном вращении изделия вокруг оси Ox и двух дополнительных осей, составляющих с осью Ox углы менее 45° . Расчет этих параметров производится по методикам, приведенным в работах [2], [3].

Система управления стендом обеспечивает автоматические циклы, описанные выше. Эта система обеспечивает также измерение и математическую обработку сигналов, получаемых от фотоэлектрических датчиков для измерения частоты вращения и периодов колебаний и тензометрических фольговых или индуктивных датчиков для измерения сил реакций опор. Математическая обработка сигналов и вычисление значений МГХ на основании вводимых и измеренных параметров осуществляется встроенной микропроцессорной системой. Фильтрация сигналов осуществляется с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье. Разработано программное и метрологическое обеспечение для настройки, тарировки и функционирования стенда.

Также как и в более простых случаях коррекции МГХ, например, при динамической балансировке роторов, после измерения МГХ необходимо автоматически рассчитать величины и координаты корректирующих масс, которые уменьшат имеющиеся отклонения МГХ до допустимых. Эта задача для описываемого стенда является намного более сложной, и для ее решения требуется введение в структуру стенда ЭВМ. Информация о измеренных значениях МГХ хранится в запоминающем устройстве измерительной системы стенда и по запросу оператора передается в ЭВМ.

В общем случае необходимо найти величины Π корректирующих масс, размерами которых пренебрегаем, и значения Z_Π их координат, обеспечивающих допустимые значения десяти МГХ. При этом для вычисления значений моментов J_1, J_2, J_3 и углов α, β, γ приходится использовать достаточно сложную процедуру определения собственных значений и собственных векторов матрицы (1). Ввиду сложности и большей размерности задачи на первый план выступает необходимость разработки эффективных алгоритмов расчета параметров корректирующих масс. Ниже приводится используемый алгоритм.

Вводится вспомогательная система координат $CXYZ$ (рис. 1), соответствующая номинальному (расчетному) положению ГЦОИ изделия. В частных случаях одна из осей системы $CXYZ$ (например, CX) может совпадать с соответствующей осью системы $Oxyz$. На первом этапе решается задача достижения полной материальной симметрии изделия относительно осей системы $CXYZ$, т. е. решается система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_i X_i = -M_u X_u; \\ \sum m_i Y_i = -M_u Y_u; \\ \sum m_i Z_i = -M_u Z_u; \\ \sum m_i X_i Y_i = -J_{xy}^{(u)}; \\ \sum m_i X_i Z_i = -J_{xz}^{(u)}; \\ \sum m_i Y_i Z_i = -J_{yz}^{(u)}. \end{array} \right. \quad (5)$$

Во всех уравнениях системы (5) суммирование производится от 1 до n , индексом "u" обозначены исходные значения МГХ в системе $CXYZ$, рассчитанные на основе измеренных (в системе $Oxyz$) значений МГХ изделия.

В конструкции изделия выделяются области, в которых могут быть размещены корректирующие массы. Математически это выражается в виде ограничений на координаты корректирующих масс. Вид этих ограничений зависит от конструкции изделия и определяет, в свою очередь, метод решения системы нелинейных уравнений (5). Допустим (рис. 3), для примера, что корректирующие массы разрешено располагать в двух плоскостях $X=X_1$ и $X=X_2$ (при этом $-X_1=X_2$) на окружностях

$$Y_i^2 + Z_i^2 = r_k^2, \quad (6)$$

где $k=1; 2$ - номер плоскости коррекции.

Введем обозначения суммарных статических моментов корректирующих масс, устанавливаемых в каждой из двух плоскостей коррекции:

$$\begin{aligned} S_{Y1} &= \sum_{i=1}^{j-1} m_i Y_i; & S_{Z1} &= \sum_{i=1}^{j-1} m_i Z_i; \\ S_{Y2} &= \sum_{i=j}^n m_i Y_i; & S_{Z2} &= \sum_{i=j}^n m_i Z_i. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения со второго по пятое из системы (5) выражают условия динамической уравновешенности изделия относительно оси CX . Учитывая изложенное выше, перепишем их в виде двух систем:

$$\begin{cases} S_{Y1} + S_{Y2} = -M_u Y_u; \\ X_1 S_{Y1} + X_2 S_{Y2} = -J_{XY}^{(u)}; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} S_{Z1} + S_{Z2} = -M_u Z_u; \\ X_1 S_{Z1} + X_2 S_{Z2} = -J_{XZ}^{(u)}. \end{cases} \quad (9)$$

Решая системы (8) и (9), находим значения $S_{Y1}, S_{Z1}, S_{Y2}, S_{Z2}$. Если принять, что в каждой плоскости коррекции будет установлено по одной массе, то

$$m_1 = \frac{1}{r_1} \sqrt{S_{Y1}^2 + S_{Z1}^2}; \quad m_2 = \frac{1}{r_2} \sqrt{S_{Y2}^2 + S_{Z2}^2}. \quad (10)$$

В общем случае эти массы не удовлетворяют первому уравнению системы (5), т. е. при их установке центр масс изделия не будет лежать в плоскости $X=0$. Для определенности допустим, что $X_1 < 0; X_2 > 0$ и после установки масс m_1 и m_2 координата центра масс изделия оказалась положительной. Поскольку уменьшить m_2 не представляется (на данном этапе) возможным, будем увеличивать суммарную массу в плоскости X_1 , сохраняя найденные значения статических моментов S_{Y1} и S_{Z1} . Решаем систему (5) при условии, что в плоскости X_2 будет установлена одна масса (m_2), а в плоскости X_1 - две массы ($m_1 + m_3$). Координаты массы m_2 находим из выражений

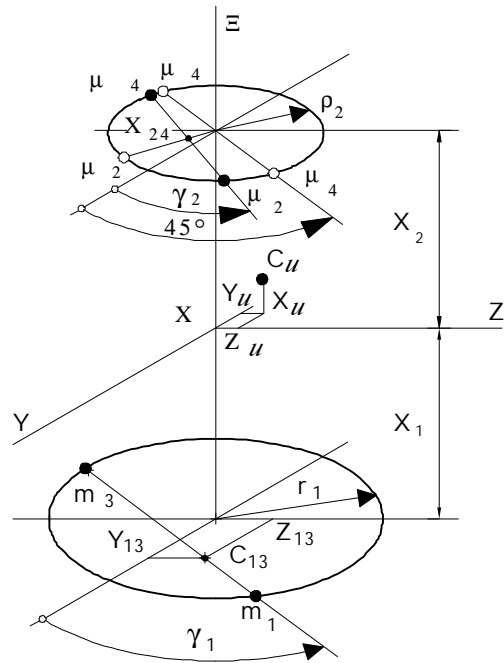


Рис. 3

$$Y_2 = S_{Y2}/m_2; \quad Z_2 = S_{Z2}/m_2. \quad (11)$$

Оставшиеся неиспользованными уравнения системы (5) и уравнения связей (6) образуют новую систему

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)X_1 = -M_u X_u - m_2 X_2; \\ m_1 Y_1 Z_1 + m_3 Y_3 Z_3 = -J_{YZ}^{(u)} - m_2 Y_2 Z_2; \\ m_1 Y_1 + m_3 Y_3 = S_{Y1}; \\ m_1 Z_1 + m_3 Z_3 = S_{Z1}; \\ Y_1^2 + Z_1^2 = r_1^2; \\ Y_3^2 + Z_3^2 = r_1^2. \end{cases} \quad (12)$$

Из первого уравнения системы (12) определим сумму масс $(m_1 + m_3)$, необходимую для приведения центра масс в плоскость $X=0$. Затем найдем отношения

$Y_{13} = S_{Y1}/(m_1 + m_3)$, $Z_{13} = S_{Z1}/(m_1 + m_3)$, которые определяют координаты центра системы двух масс $(m_1 + m_3)$ — точки C_{13} на рис. 3. Центробежный момент J_{YZ} , создаваемый массами m_1 и m_3 , расположенными на окружности радиуса r_1 и имеющими центр масс в точке с координатами Y_{13} и Z_{13} , может быть выражен следующим уравнением [2]:

$$J_{YZ} = (m_1 + m_3) \left[\frac{1}{2} (r_1^2 - \rho_{13}^2) \sin 2\gamma_1 + Y_{13} Z_{13} \right], \quad (13)$$

где γ_1 — угол, образованный хордой $m_1 m_3$ с положительным направлением оси CY (см. рис. 3); $\rho_{13}^2 = Y_{13}^2 + Z_{13}^2$.

Приравнявая правые части уравнения (13) и второго уравнения системы (12), находим значение $\sin 2\gamma_1$. Если расчетное значение $|\sin 2\gamma_1| > 1$, то уравнения системы (12) несовместны, т. е. двумя положительными массами m_1 и m_1 при принятых ограничениях невозможно одновременно привести центр масс изделия в плоскость $X=0$ и создать требуемый центробежный момент J_{YZ} . В этом случае принимаем $\sin 2\gamma_1 = \pm 1$, т. е. хорду $m_1 m_3$ располагаем под углом 45° или 135° к оси CY в зависимости от знака расчетного значения $\sin 2\gamma_1$. Для создания требуемого центробежного момента J_{YZ} в противоположной плоскости (X_2) устанавливаем две одинаковые массы m_4 . Эти массы устанавливаются на концах диаметра $2r_2$, также расположенного под углом 45° или 135° к оси CY .

Величины масс m_1 , m_3 , m_4 находятся из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3)X_1 + 2m_4 X_2 = -M_u X_u - m_2 X_2; \\ \pm \frac{1}{2} r_1^2 (m_1 + m_3) \mp \frac{(S_{Y1} \mp S_{Z1})}{2(m_1 + m_3)} \pm m_4 r_2^2 = -J_{YZ}^{(u)} - m_2 Y_2 Z_2. \end{cases} \quad (14)$$

Систему из трех корректирующих масс ($m_2+m_4+m_4$), которую в последнем случае необходимо установить в плоскости X_2 , заменяем эквивалентной системой из двух масс ($m'_2+m'_4$). Система масс m'_2, m'_4 , лежащих на окружности радиуса r_2 , должна иметь суммарную массу, равную (m_2+2m_4), статические моменты S_{Y2}, S_{Z2} и центробежный момент: $J'_{YZ} = m_2 Y_2 Z_2 \pm m_4 r_2^2 = -J_{YZ}^{(u)} - m_1 Y_1 Z_1 - m_3 Y_3 Z_3$.

Этих условий достаточно для однозначного определения величин и координат масс m'_2 и m'_4 .

При другом виде ограничений на координаты корректирующих масс метод решения системы нелинейных уравнений (5) будет отличаться от описанного, но в любом случае в результате ее решения находится система из трех или четырех корректирующих масс, обеспечивающая совмещение трех ГЦОИ изделия 1, 2, 3 (рис. 1) с осями координат $SXYZ$. Если при этом значения ГЦМИ и общей массы изделия не выходят за допустимые границы, решение задачи коррекции закончено.

Однако в общем случае указанные ограничения будут нарушены. Поэтому решение системы (5) позволяет найти хорошее начальное приближение. Изменяя найденные величины и координаты корректирующих масс, необходимо ввести значения ГЦМИ и общей массы изделия в требуемые интервалы, не допуская при этом выхода координат центра масс и углов ориентации ГЦОИ за регламентированные границы.

Помимо большой размерности задачи (4n) использование традиционных алгоритмов нелинейного программирования для решения этой части задачи затруднено тем, что границы допустимой области, определяемые ограничениями по ГЦМИ и угловой ориентации ГЦОИ, весьма сложно описать аналитическими функциями или даже таблично. При изменении одной или нескольких корректирующих масс или их координат изменяются координаты центра масс изделия и все компоненты матрицы (1). Приходится многократно находить ее собственные значения и собственные векторы для того, чтобы выяснить, не нарушены ли указанные ограничения.

Анализ показал, что изменять полученные на первом этапе координаты Y_i и Z_i корректирующих масс, как правило, менее целесообразно, чем их величины. Это объясняется следующими соображениями. С целью уменьшения величин корректирующих масс их стремятся располагать таким образом, чтобы удаление от

номинального положения центра масс изделия, равное $\sqrt{X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2}$, было максимально возможным. И это условие не должно нарушаться при изменении координат корректирующих масс. Если для размещения этих масс выделяются две плоскости, как это принято выше, то их обычно располагают перпендикулярно продольной оси изделия. Это означает, что $Y_i \ll X_i, Z_i \ll X_i, Y_i^2 \ll X_i^2, Z_i^2 \ll X_i^2$.

Изменение Y_i и Z_i при выполнении ограничения (6) не влияет на величину J_{XX} , оказывает противоположное и слабое влияние на J_{YY} и J_{ZZ} , но приводит к появлению отклонений от нулевых значений координат центра масс и углов ориентации ГЦОИ. Достигнутая на первом этапе материальная симметрия изделия будет нарушаться более интенсивно по сравнению с полезным изменением J_{YY} и J_{ZZ} . В то же время материальная симметрия ЛА регламентируется, как правило, более жестко по сравнению с осевыми моментами инерции. Поэтому в качестве варьируемых параметров на следующем этапе расчета целесообразно принять только величины корректирующих масс, временно зафиксировав их координаты. Это в три раза уменьшает число переменных и существенно упрощает выражения ограничений по массе и координатам центра масс.

Для иллюстрации рассмотрим случай, при котором полная материальная симметрия изделия может быть достигнута установкой трех корректирующих масс. В

этом случае в координатах $m_1 - m_2 - m_3$ (рис. 4) границы допустимой области, соответствующие максимальной и минимальной допустимой массе, изображаются двумя плоскостями M_{\max} , M_{\min} , каждая из которых отсекает на осях координат равные отрезки. Границы допустимой области, соответствующие минимальным и максимальным значениям трех координат центра масс также изображаются плоскостями, положение которых зависит от исходных значений этих координат и координат корректирующих масс. Рисунок 4 соответствует случаю, при котором $X_{\text{и}} > X_{\text{Сmax}}$; $Y_{\text{и}} < Y_{\text{Сmin}}$; $Z_{\text{и}} > Z_{\text{Сmax}}$, а знаки координат корректирующих масс соответствуют рис. 3. Допустимая область имеет вид тетраэдра ABCD, основание ВСД которого лежит в плоскости M_{\max} . Боковые грани ABC, ABD, ACD соответствуют ограничениям по $X_{\text{Сmax}}$, $Y_{\text{Сmin}}$, $Z_{\text{Сmax}}$. Остальные ограничения (например, по M_{\min}) не участвуют в формировании границ допустимой области.

Приняв в качестве целевой функции сумму корректирующих масс и временно не учитывая другие ограничения, решаем задачу линейного программирования и находим точку, лежащую на границе допустимой области и соответствующую минимуму суммарной корректирующей массы

$(m_1 + m_2 + m_3)_{\min}$. Такой точкой на рис. 4 является точка А.

Затем, используя выражения (1) — (3), рассчитываем значения $J_1, J_2, J_3, \cos\lambda, \cos\mu$ при значениях корректирующих масс, соответствующих точке А. Если все перечисленные МГХ лежат в допустимых интервалах, то решение задачи закончено.

В противном случае осуществляется переход к плоскости $(m_1 + m_2 + m_3)_{\min} + \Delta m$, где Δm - малое приращение (шаг поиска). Эта плоскость, пересекая область, допускаемую линейными ограничениями, образует некоторый многоугольник. В рассматриваемом случае это будет треугольник, подобный треугольнику ВСД. Среди точек этого треугольника отыскивается такая, в которой все ограничения выполнены. Если такой точки нет, то осуществляется переход к плоскости

$(m_1 + m_2 + m_3)_{\min} + 2\Delta m$, и процедура поиска продолжается. Не исключен вариант, при котором искомой точки нет даже среди точек плоскости $m_1 + m_2 + m_3 = M_{\max}$. Это означает, что при принятых ограничениях на величины корректирующих масс ($m_i > 0$) и их зафиксированных координатах рассматриваемая задача решения не имеет.

В этом случае необходим дополнительный анализ. В зависимости от того, какие из ограничений остаются невыполненными, необходимо соответствующим образом изменить зафиксированные ранее координаты корректирующих масс.

Если точка К (рис. 4), соответствующая полной материальной симметрии изделия, расположена ближе к началу координат, чем плоскость M_{\max} , то невыполненными могут быть только ограничения по ГЦМИ. Если при этом $J_1 > J_{1\max}$, то связанное изменение координат Y_i, Z_i не дает улучшение результата. Если же $J_2 > J_{2\max}, J_1 < J_{1\max}, J_3 < J_{3\max}$, то необходимо, постепенно уменьшая $|Z_i|$ у одной или

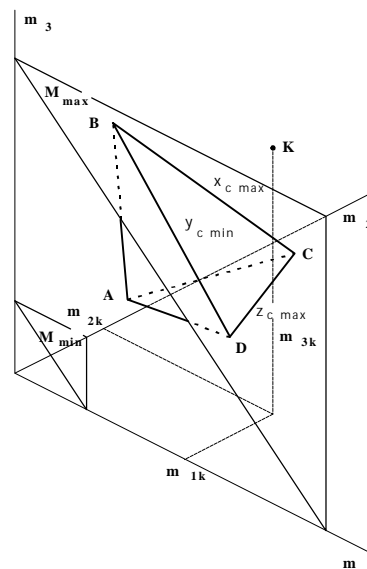


Рис. 4

двух масс, наиболее удаленных от ГЦОИ 2 (при соответствующем увеличении Y_i), формировать на плоскости M_{\max} новый многоугольник линейных ограничений и продолжать поиск точки, в которой все ограничения выполнены. Если $J_1 < J_{1\max}$, $J_2 < J_{2\max}$, а $J_3 > J_{3\max}$, то изменение значений $|Z_i|$ и $|Y_i|$ должно быть противоположным. Если и этот этап не дает желаемого результата, то задача решения не имеет.

Если точка К лежит вне области, ограниченной плоскостью M_{\max} (этот случай показан на рис. 4), то в пределах треугольника ВСД могут быть нарушены ограничения не только по ГЦМИ, но и ограничения (2), (3). Алгоритм изменения координат существенно усложняется, а вероятность положительного результата поиска весьма невелика. Если описываемый заключительный этап поиска путем изменения границ области ВСД на плоскости M_{\max} не дает положительного результата, то это означает, что имеющиеся у данного экземпляра изделия запасы по массе и осевым моментам инерции недостаточны для исправления исходной асимметрии его масс до допустимой. Если конструкцией изделия не предусмотрен дополнительный метод коррекции МГХ (например, перестановкой некоторых масс), то данный экземпляр изделия подлежит разборке с заменой части узлов и деталей.

Литература

1. Гернет М.М., Ратобыльский В.Ф. Определение моментов инерции. -М.: Машиностроение, 1969.-247с.
2. Тверской М.М. Теоретические основы коррекции массогеометрических характеристик изделий машиностроения // Автоматизация расчета и контроля параметров изделий в машиностроении: Сб. научных трудов. -Челябинск: ЧГТУ, 1994.-с.3-14.
3. Иванов И.И. Метод получения дополнительной информации о геометрии масс твердого тела с помощью равномерного вращения. Там же -с.25-33.