

# Концепция микронеоднородности в реологии конструкций

О.С.Садаков, Д.А.Гохфельд

*Челябинский государственный технический университет*

Кафедра СМиДПМ ЧГТУ более тридцати лет развивает проблему термopрочности конструкций; одно из направлений - моделирование неупругого деформирования материалов и конструкций. Используя концепцию формализованного отражения микронеоднородности конструкционных материалов, удалось преодолеть значительные трудности в описании поведения материалов; в последнее время основное внимание уделяется расширению класса моделируемых сред. С другой стороны, оказалось, что принятый подход открывает новое направление для моделирования поведения конструкций. Ниже мы попытаемся обрисовать это направление.

1. Известно, что конструкционные материалы микронеоднородны; при математическом моделировании их механических свойств этот факт можно принимать или не принимать во внимание. Традиционный феноменологический подход выбирает последнее, что не только удобно, но и часто достаточно - например, в теории упругости, в теории пластичности и ползучести при однократном нагружении. Однако при описании переменного, непропорционального, неизотермического, циклического нагружения такой подход ведет к известным трудностям: любое расширение класса программ нагружения требует изменения модели и введения новых внутренних параметров состояния. В пределе "черный ящик" реальной среды моделируется "черным ящиком" в виде сложной системы определяющих уравнений, анализ которых представляет самостоятельную проблему.

Выходом из такой ситуации является отказ от концепции однородной среды и переход к модели микронеоднородного тела. При этом не обязательно использовать представления о зернах, кристаллитах и системах скольжения: микронеоднородность также может моделироваться феноменологически - в виде конструкционной неоднородности (реализуется представление, что образец материала, находящийся в макрооднородном напряженно-деформированном состоянии, представляет, по-сути, гипотетическую конструкцию, элементы которой - подэлементы материала - нагружены неодинаково). Подэлементы при этом наделены предельно простыми свойствами - идеальной (нелинейной) вязкости.

Такое формализованное моделирование микронеоднородности в духе модели Мазинга, представляющей пакет одинаково деформируемых подэлементов, обладающих отличающимися реологическими свойствами, позволяет решить многие проблемы реологии конструкционных материалов: совместное описание диаграмм деформирования и кривых ползучести, отражение эффектов деформационной анизотропии, температурной памяти о предыстории, особенностей непропорционального неупругого деформирования, сочетание деформационной и физической анизотропии и т.п. (см. доклад Д.А.Гохфельда и О.С.Садакова). Более существенно то, что она послужила пониманию сути механизма неупругого деформирования и его влияния на изменение наблюдаемых реологических свойств среды.

2. Структурная модель несет уникальную методологическую нагрузку, разрешая многие противоречия реологии конструкционных материалов, стирая грани между понятиями, казавшимися принципиально различными. Как и деформационная теория, модель позволяет нивелировать границу между упругим и неупругим поведением материала (неизбежную для инкрементальных теорий, основывающихся на концепции поверхности текучести), но в то же время сохранить закон упругой разгрузки и память о моментах реверса, выгодно отличающие инкрементальную теорию от деформационной.

Большое методологическое значение имеет отражение моделью с единых позиций пластической деформации и ползучести. Сам характер кривых неустановившейся ползучести зависит от вида кривых деформирования (и наоборот); этот факт был выявлен при анализе модели и затем подтвержден экспериментально. В рамках данного подхода становится непротиворечивой идея о реономности любой неупругой деформации. Структурная модель склерономного материала представляет лишь удобную макромоделю базовой (реономной) модели, упрощенно отражающей поведение структурной модели в определенной области внешних воздействий.

Выявился синтез свойств материала при пропорциональном и непропорциональном нагружении: эффекты скалярного и векторного запаздывания, памяти о виде траекторий уверенно предсказываются по данным испытаний при пропорциональном нагружении. То же можно сказать и об эффектах изотермического и неизотермического нагружений.

3. Анализ эволюции микронапряжений в модели при повторно-переменном нагружении (быстром, с выдержками, неизотермическом) обнаружил закономерности их изменения по сравнению с характерными "поворотными" моментами предыстории. Выявленные при этом новые макроскопические параметры состояния среды (относительный вес подэлементов, вошедших в неупругое деформирование и их относительная нагруженность) позволили сформулировать макроскопическое уравнение состояния - "принцип подобия" (ПП), обобщающий известный принцип Мазинга на указанные виды нагружения.

Любопытен вытекающий из ПП синтез инкрементального и деформационного (модификации деформационной теории в духе В.В.Москвитина или В.А.Ломакина) подходов в реологии: ведь с позиций инкрементальной теории мы получаем кусочно-конечные соотношения типа принципа Мазинга.

Упомянутые параметры состояния хорошо зарекомендовали себя не только при описании пластичности и ползучести материала, но также и при отражении повреждаемости среды, особенностей малоциклового усталости в разнообразных условиях неупругого деформирования; они открывают новые пути для описания многоциклового усталости - в сочетании с идеологией отсутствия границы между упругим и неупругим деформированием. Эти же параметры используются и для моделирования распространения трещины усталости (см. доклад О.С.Садакова и В.Б.Порошина).

4. Моделирование реологических свойств среды - актуальная, но все же вспомогательная задача реологии. Главный объект последней - деформирование конструкций, то есть тел, находящихся в микронеоднородном напряженно-деформированном состоянии. Поэтому наиболее важным результатом рассматриваемого подхода мы считаем существенное расширение возможностей их моделирования (с учетом названных выше особенностей поведения материала). Происходит синтез, стирание (смещение) грани между реологией материала и реологией конструкций. Сама модель среды - это гипотетическая конструкция, и все выявленные закономерности поведения материала представляют результат анализа поведения идеально вязкой конструкции (следует оговориться, что в действительности ситуация несколько сложнее: мы не обсуждаем сейчас свойства изотропного упрочнения, не отражаемые в рамках идеальной вязкости). Таким образом, реология материала входит составной частью в реологию конструкций; последняя сводится к классически простой и универсальной схеме, охватывающей различные типы материалов, конструкций, внешних воздействий. Наиболее изучены к настоящему времени пластичные циклически стабильные материалы, геометрически линейные модели конструкций (малость смещений и деформаций) при регулярном циклическом нагружении - изотермическом и неизотермическом, пропорциональном и непропорциональном, быстром и с выдержками.

5. Простота этого базиса позволяет производить довольно детальный анализ общих закономерностей поведения неупругих тел. В частности, для этой цели мы использовали векторную интерпретацию, представляя поля упругих, тепловых, неупругих и полных деформаций векторами многомерного линейного пространства с

энергетической метрикой. Пространство существенно неоднородно и натянуто на два базисных ортогональных подпространства - совместных и "самоуравновешенных" полей деформаций. Совместная составляющая упругой деформации представляет вектор обобщенной нагрузки (условие равновесия) и ассоциируется с фиктивными упругими напряжениями в теории приспособляемости. Вектор полной деформации всегда находится в совместном подпространстве (условие совместности). Память конструкции о предыстории нагружения полностью определяется полем самоуравновешенных напряжений (упругих деформаций).

Ползучесть конструкции отражается потенциалом ползучести  $\Pi$  в пространстве упругих деформаций и ассоциированным с ним законом градиентальности.

6. Анализ показывает, что, несмотря на кажущееся внешнее многообразие, все свойства конструкций сводятся к довольно простым закономерностям:

а) любой акт неупругого деформирования сопровождается упрочнением (снижением потенциала  $\Pi$ ),

б) это упрочнение всегда анизотропно, то есть смена знака нагрузки покажет, что произошло разупрочнение.

Эта закономерность связана с соответствующим изменением вектора самоуравновешенных напряжений. Эволюция указанного вектора определяет все закономерности неупругого деформирования статически неопределимой конструкции, сводящиеся к памяти о предыстории нагружения - особенно, в поворотные моменты (например, моменты реверса смещений).

Особая роль самоуравновешенных напряжений определяет возможность искусственного сокращения степени подвижности модели конструкций без ухудшения свойств памяти о предыстории.

Анализ выявил ряд законов подобия (геометрического, временного характера, по параметрам физических свойств) и - если ползучесть материала описывается на основе закона Норттона - закон подобия по интенсивности воздействия: при подобных программах нагружения в соответствующие моменты времени поля напряжений и деформаций, как и описывающие их диаграммы подобны с общим коэффициентом подобия.

При повторно-переменном пропорциональном нагружении произвольной конструкции обнаруживаются закономерности подобия диаграмм деформирования и кривых ползучести - почти полностью аналогичные тем, которые были обнаружены в ферме Мазинга (это, в частности, показывает, что гипотетическая конструкция структурной модели может сильно варьироваться без вреда для отражаемых свойств). Получено уравнение состояния (обобщенный принцип подобия), определяющее поведение конструкции в параметрах обобщенных сил и смещений. При быстром нагружении без выдержек последнее может довольно хорошо отражаться термомеханическими поверхностями в обобщенных координатах.

Типичен случай локализации неупругой деформации в некоторой зоне конструкции. Показано, что роль обобщенной нагрузки при этом играет часть поля фиктивных напряжений, относящаяся к этой зоне. Отсюда, в частности, следует: вся конструкция может испытывать существенно непропорциональное деформирование, но чем меньше неупругая зона, тем ближе нагружение в ней к пропорциональному.

7. Циклическое нагружение (как и выдержка при постоянной нагрузке или при постоянной скорости смещений) неизменно ведет к стабилизации работы конструкции. В циклически стабилизированном состоянии конструкция испытывает знакопеременное неупругое деформирование на фоне постоянной накопленной деформации - при любых интенсивностях внешнего, силового и (или) теплового воздействия. Последнее следует из подтверждаемой экспериментами неограниченности анизотропного упрочнения реальных материалов. В частности, при быстром нагружении все неупруго деформирующиеся элементы конструкции работают симметрично по напряжениям; все, работающие несимметрично - деформируются упруго. Замечательно при этом, что чем меньше изменяется в течение цикла модуль упругости материала, (полагаемый

зависящим от температуры), тем менее "циклическая" реакция конструкции оказывается зависящей от "статической" составляющей воздействия: для расчета размахов напряжений и деформаций в пределе достаточно знать лишь переменную часть внешнего воздействия.

Своеобразная стабилизация возникает при воздействиях типа бегущей волны - тепловой или силовой (например, при изгибе круглого стержня с вращением).

8. Кроме фундаментальной задачи изучения и моделирования неупругих конструкций реология имеет важные прикладные задачи: идентификация и верификация моделей, разработка эффективных методов расчета. Для этого могут быть использованы обнаруженные закономерности, позволяющие построить упрощенные макромодели, отражающие поведение неупругих конструкций в ряде частных ситуаций (геометрия, программа нагружения). Неизбежный при этом отказ от универсальности исходной модели не является серьезным недостатком при проведении практических расчетов, если предприняты надлежащие шаги для выявления области охватываемых макромоделью ситуаций. Громоздкость исходной модели (мы используем матричную модель, получаемую путем дискретизации континуальной модели сплошного неупругого тела) делает эту задачу весьма актуальной.

Из анализа следуют несколько направлений макро моделирования. Один из них связан со снижением деформационной подвижности конструкции (использование кинематических гипотез).

Для правильного описания полей неупругих деформаций необходимо относительно большое число  $n$  представительных точек в конструкции, в которых прослеживается история напряжений и деформаций, однако при весьма типичной для практических задач малопараметричности внешнего воздействия нет необходимости в большом числе  $m$  обобщенных координат. Анализ (см. доклад В.Н.Мадудина) показывает, что при одно- или двухпараметричности нагружения степень деформационной подвижности может быть принята порядка 5..8 без ущерба для достоверного отражения эволюции полей смещений в конструкции. Чувствительность конструкции к предыстории, как отмечалось выше, при этом не ухудшается.

Построение таких моделей требует отказа от схемы МКЭ (где числа  $m$  и  $n$  связаны) и возврата к исходному методу Ритца - при сохранении, возможно, конечноэлементной дискретизации модели. В случае, когда кинематические гипотезы неочевидны, оптимальный набор базисных полей смещений может быть найден из предварительных расчетов тем же МКЭ.

При использовании данного подхода сокращается число обобщенных координат, уменьшается размерность матрицы жесткости и появляется реальная возможность ортогонализации базиса, сводящей эту матрицу к диагональной и исключающей необходимость решения системы уравнений при многочисленных обращениях к процедуре решения краевой задачи.

В пределе вполне эффективной может быть однопараметрическая модель ( $m=1$ ); именно такие модели используются в теории приспособляемости для анализа тех или иных механизмов пластического разрушения.

9. Другой путь к снижению трудоемкости расчета связан со снижением числа  $n$  рассматриваемых представительных точек конструкции. В общем случае строится обычная матричная модель, из которой выделяется неупругая зона - путем "усечения" векторов, отражающих поля напряжений и деформаций (соответственно, сокращаются матрицы-константы модели). При заметной локализации неупругой деформации и гладкости полей деформаций в этой зоне система определяющих уравнений может весьма существенно упрощаться. В пределе получаем "макромодель опасной точки конструкции", к которой сводится, в частности, подход Нейбера. Зная закон перераспределения напряжений в зоне при ее неупругом деформировании (либо приняв "волевым порядком" одну из формул - Нейбера, Стоуэлла или др.), можно рассчитать кинетику неупругой деформации в одной (опасной) точке по заданной истории

изменения в ней фиктивного напряжения, используя структурную модель материала. Подход Нейбера при этом обобщается, исходя из анализа поведения конструкций.

Например, при рассмотрении начального нагружения с определенной долей произвола может быть принята формула Нейбера

$$S e = \xi r_e$$

( $S$ ,  $e$  - напряжение и деформация в опасной точке,  $S_e$  - фиктивное напряжение,  $r_e$  - фиктивная упругая деформация). Несомненно, существует большой ряд конструкций, для которых это выражение в достаточной мере справедливо.

Переходя к рассмотрению неизотермического нагружения в том же ряде конструкций, нам придется отказаться от указанного выражения, заменив его на

$$r_e = (r_e)^2$$

( $r$  - упругая деформация в опасной точке). Это выражение уже не является произвольным: оно следует из анализа неизотермического нагружения в конструкциях рассматриваемого ряда.

Аналогично, при рассмотрении процесса разгрузки и нагружения обратного знака из анализа следует

$$r_* e_* = (r_{e*})^2$$

(звездочкой обозначено изменение параметра по сравнению с моментом реверса).

Добавим, что область использования такой модели можно существенно расширить, не ограничиваясь значениями концентрации напряжений, если в серии предварительных расчетов выявить закономерность перераспределения напряжений для решаемой задачи (например, сопоставив расчеты однократного активного нагружения идеально упругой и неупругой деталей методом конечных элементов).

10. Этот круг моделей вплотную подходит к другому типу макромоделей - обобщенным моделям конструкций, описывающим поведение конструкций в параметрах обобщенных сил и смещений. Физическое уравнение в обобщенных параметрах может строиться аналогично модели анизотропного материала (роль натурального эксперимента при этом играет численный эксперимент над исходной матричной моделью); это уравнение удобно строить в духе структурной модели (структурная модель конструкции - рассмотрена в докладе В.Н.Мадудина). Если ограничиться однопараметрической моделью конструкции ( $m=1$ ), то возможна альтернатива структурной модели конструкции, если в качестве физического использовать уравнение состояния обобщенного принципа подобия. При быстром неизотермическом нагружении последний случай сводится к уравнениям термомеханической поверхности, для идентификации которых достаточно одного численного эксперимента - определения "диаграммы деформирования" конструкции в обобщенных параметрах. Заметим, что для отражения тепловых напряжений, вызванных несовместностью тепловых деформаций, понятие обобщенной силы должно быть соответствующим образом модифицировано.

11. Выше были рассмотрены упрощения пространственного типа. Однако важная особенность расчетов неупругих конструкций - прослеживание истории, эволюции неупругих деформаций; с этим обычно связана трудоемкость таких расчетов.

Если задано регулярное циклическое нагружение, то определенные возможности сокращения длительности счета связаны с закономерностями стабилизации состояния неупругих конструкций. Изменения цикла от цикла внутренних параметров состояния при этом носят экспоненциальный характер, что можно использовать для экстраполяции состояний на десятки циклов вперед. Последующий расчет кинетики корректирует ошибки экстраполяции и позволяет предсказать дальнейшую эволюцию напряжений. Это один из расчетных методов (метод последовательных экстраполяций), не меняющих модели конструкции.

12. Расчет процесса стабилизации, приспособляемости конструкции к воздействию заданного вида не всегда дает полезную информацию. Часто достаточно знать поведение конструкции в стабилизированном циклическом состоянии (СЦС). Для этого из анализа структурной модели были получены физические уравнения, характеризующие СЦС. Вместе с уравнениями совместности и равновесия они определяют макромоделю нового типа. В зависимости от вида конструкции и типа циклического нагружения удобны физические уравнения для подэлементов (подконструкций, получающихся при объединении всех одинаковых подэлементов данной конструкции) или для каждого элемента (в модели конструкции в этом случае подэлементы не фигурируют) или, после дальнейшего обобщения - для части конструкции (например, уравнения, связывающие изгибающий момент и кривизну в стержне) или, наконец, для конструкции в целом. При отказе от работы с подэлементами физические уравнения для переменной части реакции опираются на принцип подобия (в обобщенной модели конструкции - обобщенный принцип подобия). Для накопления деформаций в элементах объема также сформулированы физические уравнения, однако для обобщенной модели конструкции таких уравнений пока нет.

13. Обобщенный принцип подобия подсказывает еще одно направление макромоделирования: если в обобщенных параметрах поведение любой конструкции определяется реологической функцией материала и базовой кривой деформирования (в обобщенных параметрах), то расчет одной конструкции означает расчет бесконечного множества конструкций с той же (или подобной) реологической функцией с той же (или подобной) базовой кривой при том же (или подобном) нагружении. Это позволяет строить универсальные номограммы. Заметим, что принцип Мазинга представляет, по сути, простейший вариант такой номограммы для склерономного тела при изотермическом нагружении.

14. Сказанное не столько решает проблемы реологии конструкций, сколько показывает (в неизбежно концентрированном виде) новые возможности их решения, опирающиеся на моделирование микронеоднородности сред. Теория идеально вязких статически неопределимых конструкций представляет центральное ядро реологии, которое может развиваться в направлении описания изотропно упрочняющихся, стареющих сред, устойчивости и разрушения конструкций. Открываются возможности новых методов идентификации и верификации расчетных моделей, определения свойств материалов из испытаний тел при неоднородном напряженном состоянии; ускоренные расчетные методы делают реальными расчеты работоспособности конструкций по состоянию (счетчики ресурса). Необходима серьезная работа для реализации этих возможностей.

**Данная работа является частью проекта, выполняемого при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-01-00230а)**